

# 目 次

## 1. はじめに

—第20回日本数学コンクール・第13回日本ジュニア数学コンクール・第10回日本数学コンクール論文賞を開催して—  
日本数学コンクール委員会会長（名古屋大学副総長） 渡 辺 芳 人----- 1

## 2. 日本数学コンクール開催の趣旨----- 3

## 3. 講評と解説

### (1) 2009年日本数学コンクール問題の狙いと全体講評----- 4

問題作成委員会委員長 安 本 雅 洋

### (2) 日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール共通問題第1問の解説----- 5

問題1 「月の住人」

問題作成委員会委員長 安 本 雅 洋

問題作成委員会委員 服 部 保 孝

” 村 田 英 康

” 藤 原 雅 司

### (3) 日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール共通問題第2問の解説----- 10

問題2 「名古屋語ゲーム」

問題作成委員会委員 小 島 彰 二

” 高 原 文 規

” 青 木 勝 人

” 掛 布 昇 英

” 日 比 野 祐 哉

### (4) 日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール共通問題第3問の解説----- 14

問題3 「球の連なり」

問題作成委員会委員 大 沢 健 夫

” 丹 羽 一 雄

” 野 村 昌 人

### (5) 日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール共通問題第4問の解説----- 20

問題4 「格子上の正6角形」

問題作成委員会委員 伊 師 英 之

” 渡 辺 喜 長

” 服 部 展 之

” 児 玉 靖 宏

### (6) 日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール論文賞の解説----- 27

問題1 「親友交歓」

問題作成委員会委員 大 沢 健 夫

問題2 「正多面体の影」

問題作成委員会委員 伊 師 英 之

問題3 「自由課題」

問題作成委員会委員 安 本 雅 洋

## 4. 受賞者一覧

第20回 日本数学コンクール受賞者一覧----- 31

第13回 日本ジュニア数学コンクール受賞者一覧----- 33

第10回 日本数学コンクール論文賞受賞者一覧----- 34

第10回 日本ジュニア数学コンクール論文賞受賞者一覧----- 35

## 5. 日本数学コンクール参加状況

第20回 日本数学コンクール参加状況一覧	36
第20回 日本数学コンクール参加校一覧	37
第13回 日本ジュニア数学コンクール参加状況一覧	38
第13回 日本ジュニア数学コンクール参加校一覧	39

## 6. 参加者アンケート調査結果 40

○日本数学コンクール委員会名簿

○主催、後援団体一覧

○編集後記

# 1. はじめに

## 真理と自然

—第20回日本数学コンクール・第13回日本ジュニア数学コンクール・  
第10回日本数学コンクール論文賞を開催して—

日本数学コンクール委員会会長 渡辺 芳 人  
(名古屋大学 副 総 長)

400年くらい前に活躍したある有名な哲学者が次のように書いています。

私たちは、まだ自分の理性を十分に使えないでいる子どもの頃から、感覚的な事物について様々な判断を下してきているので、多くの先入見ができてしまっていて、それに妨げられて真の認識ができなくなっている。そういう先入見から自由になるためには、一生に一度は、ほんのわずかでも不確かだという疑念の見いだせるものについて、ことごとくこれを疑ってみようとするより他に仕方がないように思われる。

この人が言う「真の認識」についてちょっと考えてみましょう。まず、これは学校で習うことと似ています。なぜなら、自分勝手な判断を押さえて社会的に正しい生き方をするためには、確実な知識にもとづいて理性を正しく働かせる必要があるからです。学校で皆さんが修得しつつある知識はそのためのものです。しかしこの人は、真の認識を妨げる先入見から自由になるためには、「一生に一度は」ほとんどすべてのものを疑いの目で見ることが必要だと言います。絶対に確実だと言えることは世の中にはそう多くはないからです。しかし物事の不確実性を見つけ出し疑ってみるのはよいとして、自分自身に対しても疑いの目を向けるのが人というものです。そこでこの人はその点をつきつめ、「物事を疑う自分がいることは確かである」という出発点を見つけました。

この人はルネ・デカルト（1596–1750）といい、座標の導入などでも知られるように、数学においても重要な発見をしています。新しい真理の発見に関心を持つ人は、名著「方法序説」などで（一生に一度は）彼の言葉に触れてみるのもよいでしょう。

ちなみに真理の発見者となるための方法については、デカルト以前にも多くの哲学者がコメントを残していますが、皆どこか相通じるところがあるようです。古代ギリシャの大哲学者であるプラトンは数学を重視しましたが、彼は次のように書いています。

役に立ちそうもないと思われ、世人が空理空論と呼んでいるようなものの中を通り抜けて行く練習をするのだ。まだきみの若いうちにね。さもなければ、きみは真理に逃げられてしまうだろう。

さて、いまさら言うまでもないことですが、数学は基礎的な学問であり、特に自然科学の言語として重要です。そのことは大科学者ガリレオ・ガリレイ（1564–1642）の「自然という書物は数学の言

語で書かれている」という言葉に良く現れています。

数学コンクールは、皆さんに数学に一層親しんでもらうことを目的として行なっていますが、はじめて参加された皆さんは、出題された問題が学校で教わる内容と違うので面食らわれたかもしれません。しかしガリレイが言うように自然が数学の言葉で書かれているとしたら、学校で教わる数学の範囲を越えて身近な問題を数学的に突き詰めて考えてみることは、自然の法則を深く理解するために必要なことではないでしょうか。それはまた、数学そのものを理解するためにも有益かもしれません。この意味で、数学コンクールは一年に一度ですが、上でご紹介したデカルトの文章にあるような「一生に一度は」必要なものに通じていると思います。

数学コンクールに参加された皆さんがたの一層のご発展を祈ります。

## 2. 日本数学コンクール開催の趣旨

### 開催の趣旨

---

今日世界は21世紀を迎えいろいろな意味で大きな転機に立っています。産業技術の高度化や高度情報化の技術革新は急速な進展を見せていますが、反面、人口爆発、エネルギー問題、環境汚染等人類が経験したことのない複雑多岐にわたる課題に直面しています。このような問題を解決し、将来にわたって人類社会の発達と繁栄を享受していくためにも、総合的、学際的な学術研究の振興が必要です。このことは、必然的に汎科学性を有する数学の一層の飛躍とそれによる新しい科学の発展が求められており、それを支える優れた数学的思考力を持ち、探求心と創造性豊かな人材の育成が急務となっています。

このような情勢にかんがみ、新しい科学と技術の開拓を担う夢とロマンを秘めた青少年の発掘、伸長を図っていくため、中・高校生を対象に、平成2年度から「日本数学コンクール」を、同9年度からは「日本ジュニア数学コンクール」を、更に同12年度からは「論文賞」を開催してきました。私ども委員会は今後とも数学コンクールを実施し、もって世界の学術研究進展の基礎形成に寄与していくものです。

### 特 色

---

#### ◎自由にゆったり考える

一題に絞っての回答も可能です。参考書やノート等の持ち込みも自由です。途中、試験会場で昼食や飲み物などを自由に取り取ることができます。

#### ◎楽しい数学の発見

学校における数学の教育課程、教科書にとらわれず、数学の本質に根ざした考えていて楽しい問題を提供します。数理実験も積極的に採り入れます。

#### ◎多彩な才能の評価

優秀な能力をもった生徒、ユニークな発想をもった生徒等様々な参加者の才能を多面的に評価します。特定の一題に集中して素晴らしい発想を出した生徒も顕彰します。

#### ◎優れた人材の育成

日本数学コンクール参加者の数学的な能力、資質を一層高めるために、表彰式の後、中・高校生を対象に数学の公開講座「数理ウェーブ」を開催しています。

なお、「数理ウェーブ」は一般の方々の参加も認めており、多数の参加があります。

### 3. 講評と解説

#### (1) 2009 年日本数学コンクール問題の狙いと全体講評

日本数学コンクール問題作成委員会委員長  
名古屋大学大学院情報科学研究科 教授

安本 雅洋

今年のコンクールは昨年とは少し違った出題方法になりました。昨年は共通問題が一題とあとジュニア問題シニア問題それぞれ各二題でしたが、今年は四題ですべて共通問題にしました。1番と2番がどちらかというジュニア向けでやや易しい問題だったのですが、2番が少し高校生には易し過ぎたようで正解者多数で結果として受賞者の数が例年より少し増えました。1番の問題も易しい問題だと思っていたのですが予想に反してジュニアのできがあまりよくありませんでした。この種の問題は中学生でも高校生でもそんなに差はないだろうと思っていたのですが、シニアはまずまずのできだったのですがジュニアはあまりよくありませんでした。3番は難しい問題なのですが、一番コンクールらしい問題です。配布した発泡スチロールの球はやや小さくて扱いにくかったかも知れません。他の問題(1, 2, 4番)は専門家が見れば直ぐにどのようにして解けば良いのか思いつくのですが、3番は実際に手を動かして物を作ってみないと見通しが立たない所があって、そういう意味でこれは大変良い問題だったと思っています。

大賞はどのように決めているのかというと、まず各問題ごとに一番優れた答案を選びます。(甲乙付け難いと言う時は二人選ぶこともあります。)各問題ごとに選ばれた答案を比較検討してその中で一番優れた答案の人が大賞に選ばれます。各問題ごとに点数を付けてその合計点の最高点で決めているわけではありません。ですからたくさん問題に手を出すより一つの問題に絞って時間をかけて良い答案を書くほうがより高い評価を受けることにつながります。

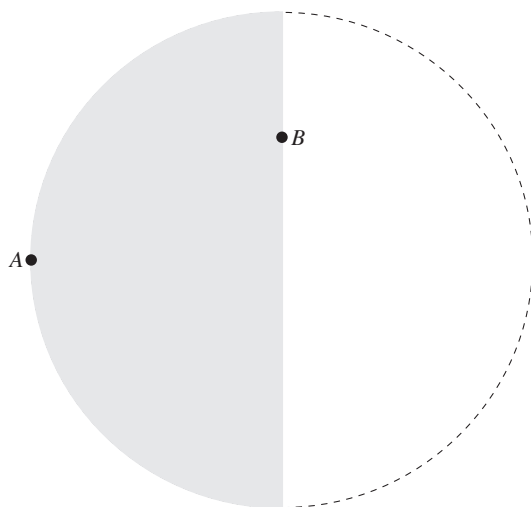
数学の勉強はどのようにしたら一番良いのでしょうか?という質問をよく受けますが、入試で高得点を取るための受験勉強なら、出来るだけたくさん問題をこなす、問題を見たら直ぐに解き方を思いつくようになるのが一番良い方法なのですが、数学の能力を伸ばすにはやはり一つの難しい問題を解けるまで一ヶ月でも二ヶ月でも考え続けることが大切です。通常の試験の場合でも試験が終わった後にできなかった問題を自分でできるまで考えるといったことが大切です。ひとつのことを永く考えるという習慣を身につけるようにすることが本当の実力を付けることにつながります。

## (2) 日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール共通問題 第1問の解説

問題作成委員会委員長 安本 雅洋 (名古屋大学教授)  
問題作成委員会委員 服部 保孝 (昭和高校教諭)  
〃 村田 英康 (高蔵寺高校教諭)  
〃 藤原 雅司 (星城高校教諭)

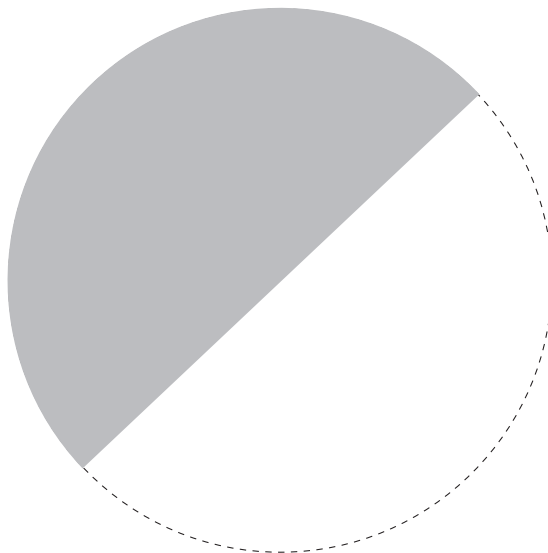
### 問題1. 「月の住人」

朝6時頃に空を見ると、真南に次のような半月（下弦の月）が見えました。



この時、以下の問いに答えて下さい。

- (1) 月のAの位置から地球を見たらどのように見えるでしょうか。
- (2) 月のBの位置から地球を見たらどのように見えるでしょうか。
- (3) 月のある位置から地球を見ると、月の地平線から高度60度のところに次のように見えました。その位置を月の図に記入して下さい。



# 解説と講評

(1) 地球から見た月の図に以下のように  $A_1 \sim A_8$ ,  $C$  を決めます。(  $A = A_1$  )

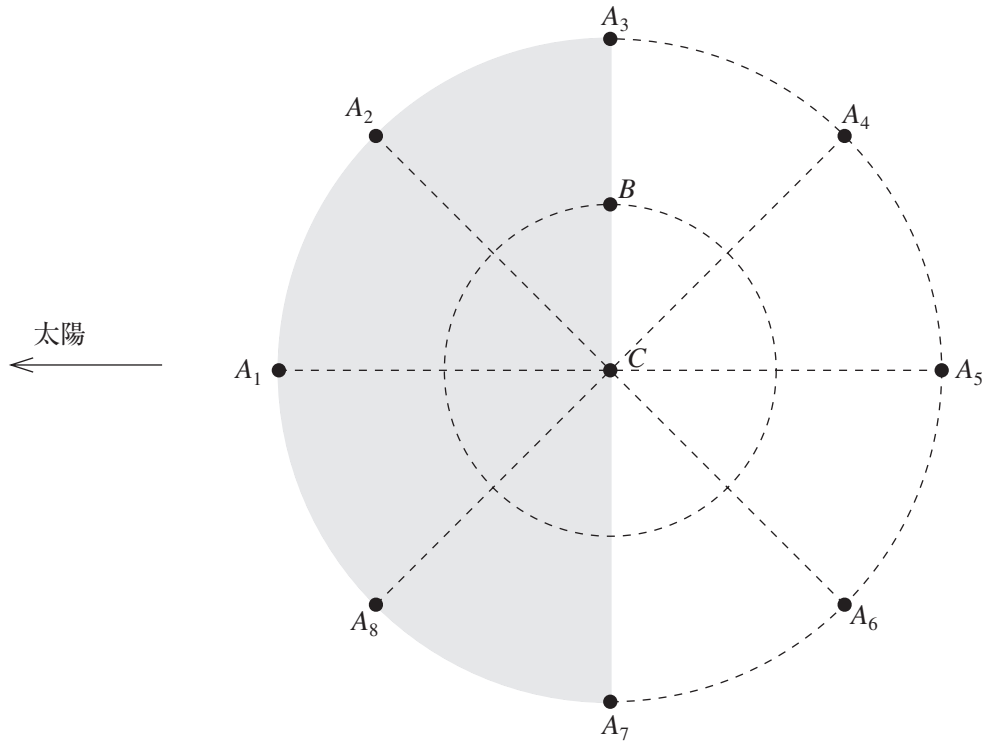


図 1

次に  $A_3$  の上から見た図を考えます。

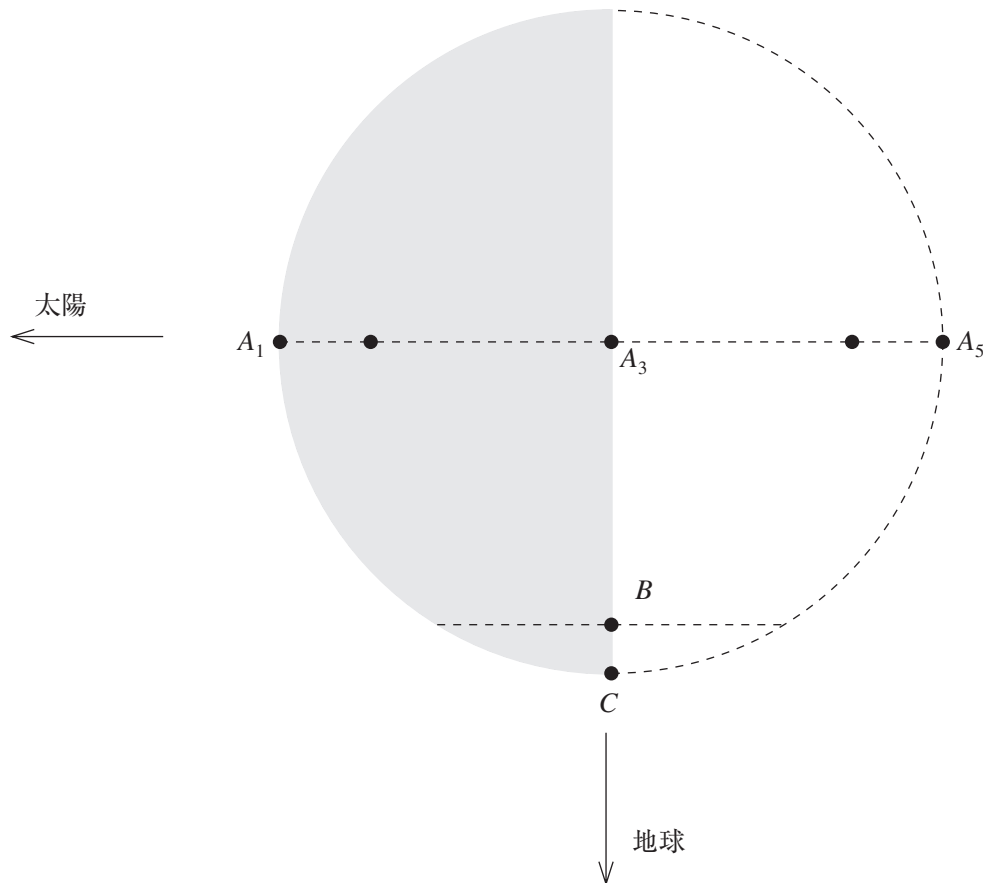


図 2



さらにこの図を右に 90 度回転し、地球も含めた図を考えます。

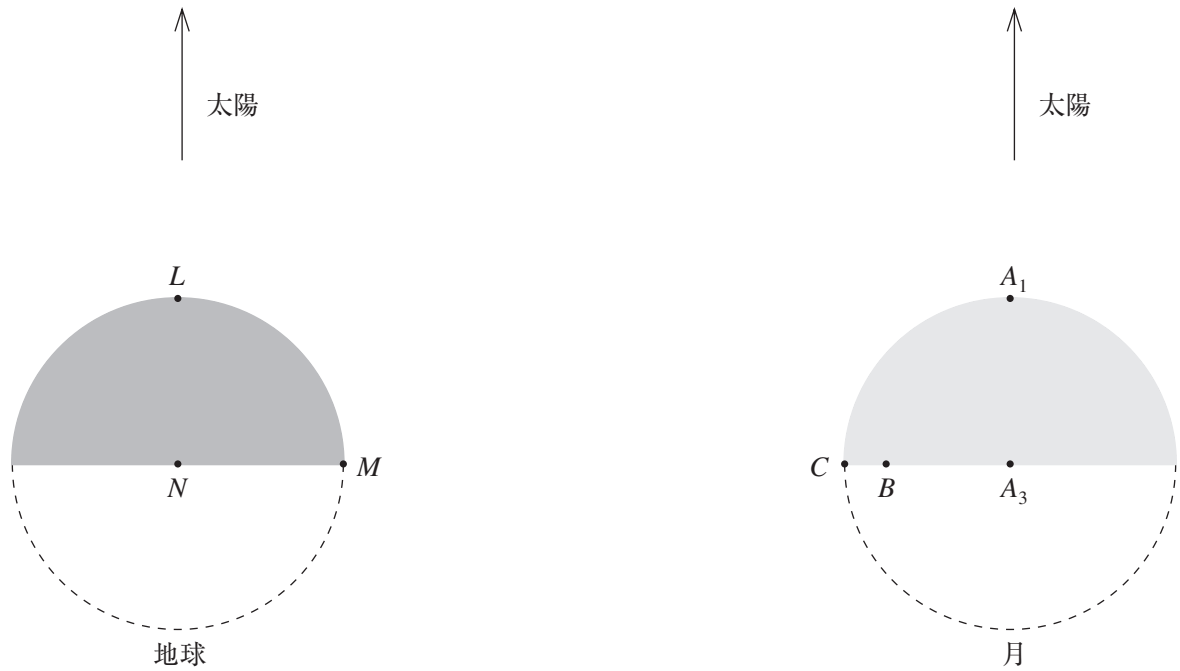


図 3

$A_1$  から見ると、太陽は頭上（天頂）にあつて、地球は上半分が光っています。位置は月の地平線付近に次の様に見えます。

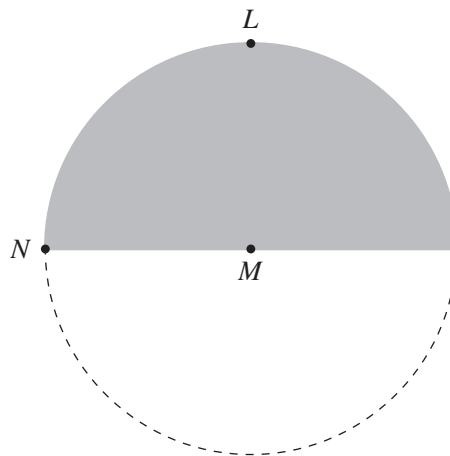


図 4

地球の図の  $N$  の近くに北極があります。（季節によって位置は違います。）朝 6 時に真南に月が見えたわけですから地球上の線  $NM$  付近のどこかから月を見ています。 $A_1$  が見えているわけですから、 $A_1$  から  $M$  は見えているはずで、従って月の地平線は線  $MN$  の少し下にあると考えられます。

(2) 次に太陽側から見た月の図を考えます。

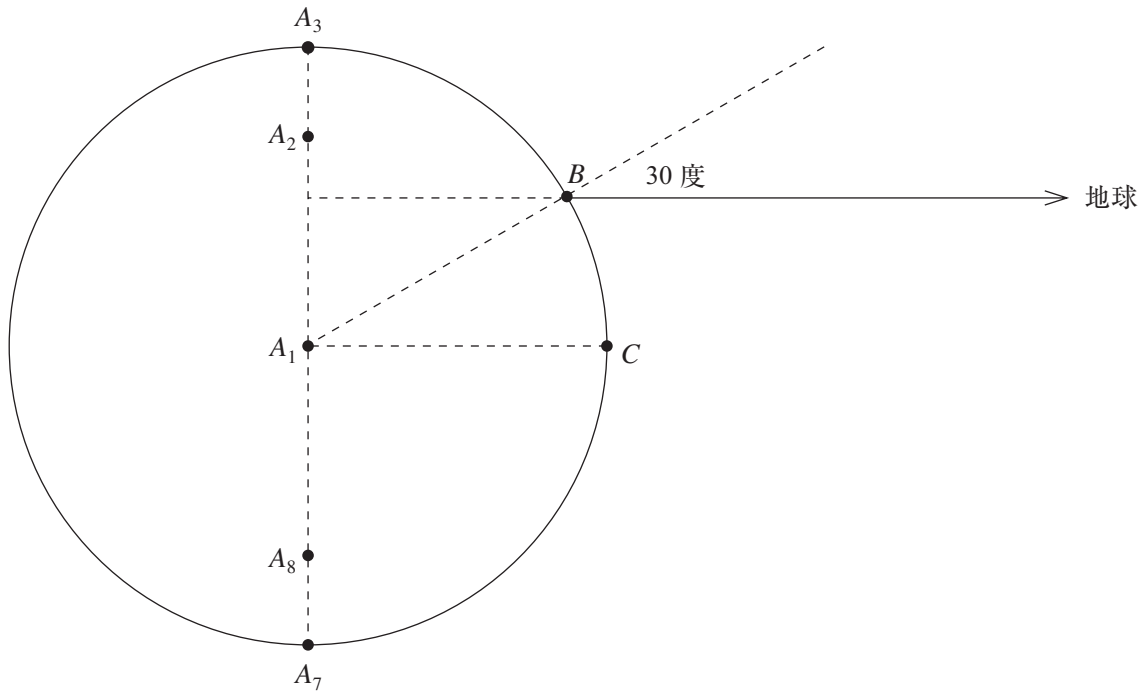


図5

$B$  から地球を見ると、頭上（天頂）から 30 度の所に見えます。従って  $B$  から地球をみると、月の地平線から 60 度の高度に地球が見えます。

図 3 で  $A_3$  の位置から地球を見ると、右側に太陽があるので、月の地平線に

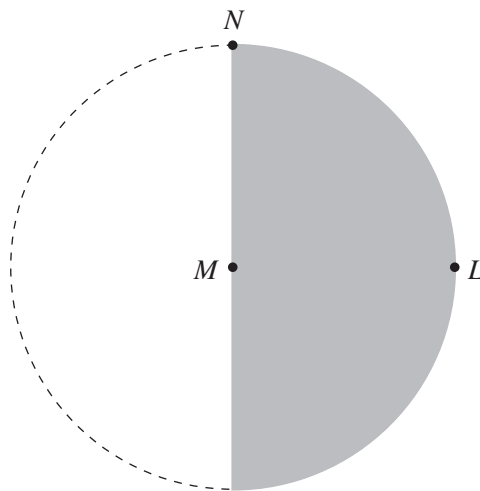
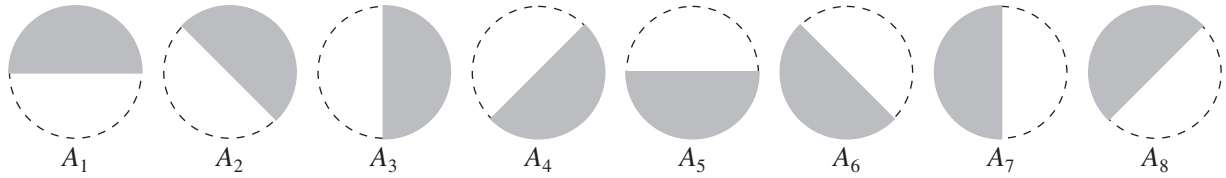


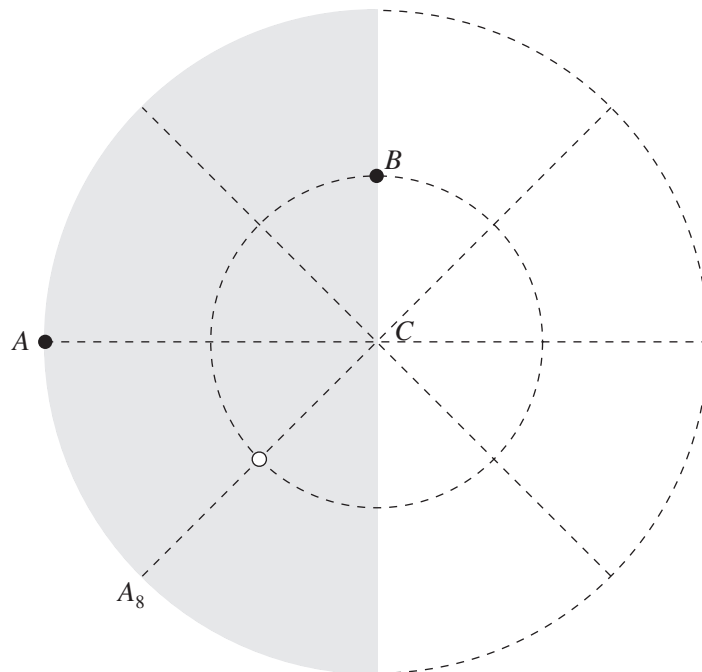
図6

のように見えます。 $A_3$  から  $B$  の方向（地球が見えている方向）に移動しても高度が変わるだけで見え方は同じです。

(3) まず,  $A_1 \sim A_8$  で地球がどのように見えるか考えます。 $A_1, A_3$  から地球がどのように見えるかは, (1), (2) で既にわかっています。地球の方を向いたまま  $A_1$  から  $A_3$  まで移動すると, 体は左に 90 度回転します。それに対して地球の見え方は右に 90 度回転します。従って  $A_1$  から  $A_2, A_3, \dots$  と移動するにつれて地球は右に 45 度ずつ回転して見えます。



$A_i$  から地球を見ると  $C$  の方向の地平線近くに見えています。 $A_i$  から  $C$  へ向かって移動すると地球は同じ方向に同じ形で見え段々高度を上げていきます。高度が 60 度になるのは問題 (2) と同じ所, すなわち地球から見た図では  $A_i$  と  $C$  の中間点になります。



正解かそれに近かったのは, ジュニアでは中西有馬君, シニアでは石川勝巳君, 杉本暁彦君, 山岸優友君, 今井響君, 松下健太郎君, 加藤駿佑君でした。

### (3) 日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール共通問題 第2問の解説

問題作成委員会委員	小島彰二	(東海高校教諭)
〃	高原文規	(瑞陵高校教諭)
〃	青木勝人	(瑞陵高校教諭)
〃	掛布昇英	(沢上中学校教諭)
〃	日比野祐哉	(東陵中学校教諭)

#### 問題2. 「名古屋語ゲーム」

---

世の中にはコンピュータゲームを含む多くのゲームが存在します。

ここでは、以下にあげる5個の規則によって言葉を作成する名古屋語ゲームを考えます。

- 規則1 NGは名古屋語である。  
規則2 Nから始まる名古屋語があったら、N以外の部分と同じものを後ろにつなげても、名古屋語である。  
規則3 名古屋語にGGGが含まれていたなら、そのGGGをOに置き換えたものも名古屋語となる。  
規則4 名古屋語にOOが含まれていたなら、それを削除しても名古屋語になる。  
規則5 名古屋語にOOOが含まれていたなら、それを削除しても名古屋語になる。

次の(1)～(4)が成り立つことを示してください。

(1)～(3)については、どの規則を使用したかを明示し、(4)については、その理由を説明すること。

- (1) NGOは名古屋語である。  
(2) NOGOは名古屋語である。  
(3) NOGGOは名古屋語である。  
(4) 名古屋語ゲームの規則1～5では『NOは名古屋語である。』を示すことが出来ない。

## 解説と講評

この問題は、普段皆さんが勉強している数学の「証明問題」です。全体的に高校生の出来が中学生のそれより良好でした。これは証明問題に対する習熟度の違いと言えます。

問題は(1)から(4)までの小問に分かれています。(1)から(3)は名古屋語の出来方を実際に経験してもらう設問です。やはり、(4)がこの問題の中心となるもので、選考基準は基本的に(4)の出来不出来によりました。

採点は4名の中学校・高等学校の先生方と筆者で採点し、筆者が全体を統一基準で最終チェックしました。ご多忙の中、ご協力いただいた先生方に感謝いたします。有難うございました。

今年度は、シニアとジュニアが共通問題であったので、選考基準はシニア、ジュニアでそれぞれ異なります。

必要にしてかつ十分な(余分な説明のない)解答を作成していたのは、大手前高校2年、藤沢卓馬君でした。以下、藤沢君の解答をご覧下さい。(一部表記を変えています。)

(1) NGO は名古屋語である。

NG → NGG → NGGG → NGO よって、NGO は名古屋語である。  
規則2      規則2      規則3

(2) NOGO は名古屋語である。

NG → NGG → NGGG → NGGGGGGG → NGGGGGGGGGGGGGGGGG  
規則2      規則2      規則2      規則2  
→ NOGOOO → NOGO よって、NOGO は名古屋語である。  
規則3      規則5

(3) NOGGO は名古屋語である。

NG → NGG → NGGG → NGGGGGGG → NOGGO  
規則2      規則2      規則2      規則3  
よって NOGGO は名古屋語である。

(4) 『NO は名古屋語である』を示すことが出来ない。

⇔ NO とならない。

⇔ NGGG とならない。 のように、同値関係を使う。

N の後の G の数について考える。ただし、O は G 3つと考える。

規則2 の同じものつなげるとは、G の数を2倍することである。

規則4 の OO を削除するとは、G を6つ減らすことである。

規則5 の OOO を削除するとは、G を9つ減らすことである。

6, 9ともに3の倍数なので、規則4, 5を行なう前後で、G の数を3で割ったときの余りは同じ。

ゆえに、NO にどの規則を使用しても G の数は3の倍数。

よって、規則1～5を使用して作成された言葉において G の数が3の倍数とならないことを示せばよい。

NG に規則2を使用すると、G の数は  $2^m$  ( $m$ : 自然数)

これに規則 4, 5 を使用しても、余りは変わらないため、3 で割ったときの余りは 1 または 2  
さらに規則 2 を使用しても、余りは 1 または 2  
この後、どの規則を使用しても余りが 0、つまり G の数が 3 の倍数となることはない  
よって、NGGG, つまり NO とならないので、規則 1 ~ 5 では  
『NO は名古屋語である』は示すことが出来ない。 ■

## 名古屋語ゲームの由来について。

航空関係の専門用語で、3 文字（スリーレター）といわれるものが有ります。航空会社や空港を 3 文字で表します。航空会社では JAL（日本航空）ANA（全日空）。空港では FUK（福岡空港）SDJ（仙台空港）などがあります。昔の名古屋空港、今の中部国際空港のスリーレターが「NGO」なのです。

## 公理と定理

今回の規則 1 ~ 5 が公理に相当し、(1) ~ (3) が定理に相当します。ユークリッドの原論のように、少数の公理を設定したうえで、定理を順次証明する。新たな定理の証明に以前証明した定理を使って良い。これはどこかで経験したことはありませんか。ドラクエ、ファイナルファンタジーなどの RPG（ロールプレイングゲーム）は未だに人気を博しています。敵を倒して新たな武器を手にする。どこか定理の証明に似てはいないでしょうか。新たな定理を手にしてパワーアップを図る。定理の証明と、RPG の類似性に気付くと、数学の楽しみをより身近なものに感ずるようになります。数学が強くなるとは RPG のレベルが上がることに等しいのです。

評価対象となった皆さんをシニア・ジュニア別に紹介します。

### シニア部門（同順位内は受験番号順）

- I. 大手前高校 2 年、藤沢卓馬君
- II. 東海高校 3 年只野之英君、1 年内田明寛君
- III. 一宮高校 2 年岡田雄大君、2 年栗原諒君、プール学院高校 3 年吉田愛さん、一宮高校 3 年青木大輔君、東海高校 1 年杉本暁彦君、大成高校 2 年王ヤーピンさん、佐藤裕太君、恵那高校 3 年今井智久君、2 年鎌田棟大君、日進西高校 2 年井藤光博君、時習館高校 1 年石川裕祐君、明和高校 1 年大石健太君、時習館高校 2 年城所泰孝君、東海高校 1 年井関彰太君、岐山高校 2 年福永貴昂君、明和高校 1 年中垣内千晶さん、旭野高校 3 年杉村峻君、東海高校 1 年水野貴也君、府立高津高校 1 年バセグメヘディ保君、近畿大附属高校 2 年高見直史君、2 年本村隆幸君、1 年吉川泰樹君、大手前高校 3 年澤田晃一郎君、清風高校 2 年石倉幹也君

### ジュニア部門（同順位内は受験番号順）

- I. 内海中学 2 年山本薫君、東海中学 3 年久留宮徹君
- II. 川名中学 2 年近藤友祐君、東海中学 3 年中西有馬君
- III. 桜蔭学園中学 2 年伊関友理恵さん、東海中学 3 年青木優大君
- IV. 大府西中学 3 年岩橋陽平君、東海中学 3 年久留宮毅君、筑波大附属駒場中学 1 年松阪龍文君、西尾市立花ノ木小学校 5 年青木謙典君、東海中学 2 年河路墨生君、愛知教育大学附属名古屋小学校 6 年大嶽匡俊君、筑波大附属駒場中学校 1 年田口将堂君、蒲郡市立三谷中学 3 年市川弘稀君、灘中学 1 年丹野智裕君

## 全体講評

証明の仕方は一通りとは限りません。人により、証明方法が大きく異なりました。証明を逆向きに行っている人がいましたが、同値性をはっきりと明示したものを正解としました。

与えられた、規則から「名古屋語」の構造全体を初めに分析し、その上で(4)を示していたのは、東海高校の只野之英君と内田明寛君の二人でした。

本問(4)の本質は、「2の冪乗で3の倍数を表すことが出来ない。」ことです。

(ヒント)： $m$ を自然数とするとき、 $2^{m-1} \equiv 1$ または $2 \pmod{3}$ となります。

通常、数学で不可能であることを示すには、「背理法」を使用します。

「もしNOが名古屋語であるとして議論を進めると、不都合(矛盾)が生ずる。これは、NOが名古屋語であると仮定したことによって生じた矛盾である。よって、NOは名古屋語ではないと結論付ける。」とする証明を背理法といいます。

しかし、表記の面を含めて、完全な解答はありませんでした。

問題の各規則自体を直接使用して、NOを作成しようとしても、それが出来ないことを示そうとした人もいました。(正解者はなし。)

他に、目に付いた解答として、名古屋語であるかどうかの判定をフローチャート作成により示そうとした、名古屋市立川名中学2年の近藤雄介君の解答がありました。様々な場合わけ、分類を厳密にしておき、見るべきものがありました。数学と情報科学の知識を組み合わせた優れた発想です。

また、今回小学生の活躍も見逃せません。西尾市立花ノ木小学校5年青木謙典君、愛知教育大学附属名古屋小学校6年大嶽匡俊君の二人は、よく頑張っています。証明の手順も、問題の本質もよく見通せていました。

## 問題の本質

今回の名古屋語ゲームに関する本質は、『規則1～5(与えられた公理)では「NOは名古屋語であると示すことができない。」という命題を証明するのに、規則1～5(与えられた公理)以外の命題「2の冪乗で3の倍数を表すことが出来ない。」を採用しなくてはならない。』ことなのです。

もう一度、問題文を良く読んでみましょう。

(4)名古屋語ゲームの規則1～5では『NOは名古屋語である』を示すことが出来ない。でした。

つまり、出題者が期待した正解の核心部分は以下の通りです。

O 1個は、G 3個に相当する。(先の藤沢君の解答を参照のこと。)従って NOが名古屋語であることを示すためには、 $2^{m-1} = 3k$ となる自然数 $m, k$ が存在しなければなりません。

しかし、そのような、自然数 $m, k$ は存在しないことは、前記のヒントから明らかです。このヒントは、規則1～5以外の命題です。

よって、「名古屋語ゲームの規則1～5では『NOは名古屋語である』を示すことが出来ない。」すなわち、(4)を証明するには、

規則1～5以外の命題(ヒント)を使わなければならない

ことを明示する必要があります。

## (4) 日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール共通問題 第3問の解説

問題作成委員会委員 大 沢 健 夫 (名古屋大学教授)  
〃 丹 羽 一 雄 (一宮西高校教諭)  
〃 野 村 昌 人 (一宮興道高校教諭)

### 問 題 3. 「球の連なり」

400年前に名古屋の町ができたころ、ヨーロッパでは天空からの便りへの科学的な関心が盛り上がっていました。ガリレイは自作の望遠鏡で観察した月の表面を「星世界からの報告」に書き、ケプラーは「六角形の雪について」で、雪の結晶がきれいな正六角形になる理由を、球を平面上に敷き詰めたときにできる模様  
の形になぞらえて説明しました。雪の結晶ができる詳しい仕組みはまだ解明されていませんが、ケプラーの研究はその糸口を与えました。

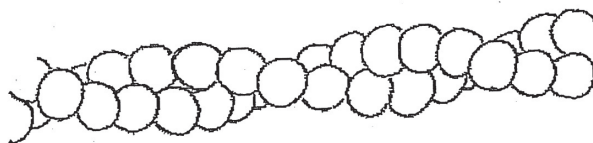
さて、正六角形の他にも多くの形が球の連なりによって作られます。

(1) 数珠つなぎの球（隣り合う球は互いに接する）で図のような結び目を作ってみましょう。



これらの結び目を作るには、球はそれぞれ最低何個必要でしょうか。

(2) タンパク質の高分子は、球が連なってできる形のうちでも興味深いものの一つです。これらは球状の分子が数珠つなぎになったひもが二本、らせん状にからみあってできています。このようにして、針のように細長いタンパク質のひもができることが知られています。



このような2重らせんのひもで円の形ができているとします。球の半径を1、個数を1000としたとき、その円の半径はどれくらいになるでしょうか。



## 解説と講評

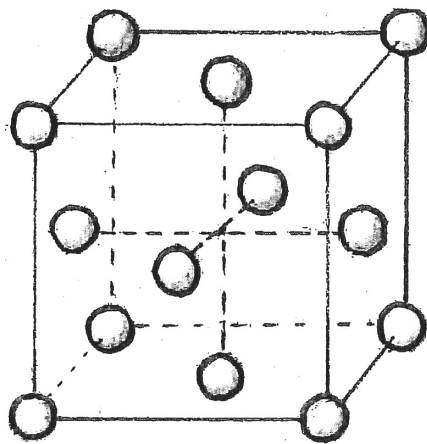
この問題は、ケプラー問題と呼ばれている有名な問題にヒントを得て作ったものです。ケプラー問題とは、半径の等しい球を空間に効率的に詰め込む問題をいいます。

この問題の発端は、ケプラーが1611年に出版した本の中にあります。この本でケプラーは雪の結晶がなぜきれいな正六角形の形をしているかを説明しようとし、そのために、「物質を構成する粒子は体積を最小にするようにくっつき合う」という原理を考えました。

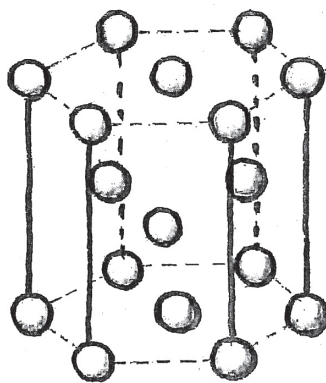
雪の場合は平面的な配置なので、この原理に従って結晶が成長していけば正六角形になるというわけです。

それに対して、立体的に配置された球の詰め込みで最も効率的なのは「面心立方格子」と呼ばれる配置で、よく八百屋の店先にあるミカンの山がこの形をしています。ケプラーは他の配置との比較から面心立方格子が球を最もよく詰め込む配置であると結論づけましたが、その厳密な証明はやっと1998年になって、トム・ヘルズによって与えられました。

面心立方格子の配置で球を詰め込むと、空間の約74.04%を埋めることができますが、六方格子と呼ばれる詰め込み方法もあり、これも同じ効率になります。



面心立方格子

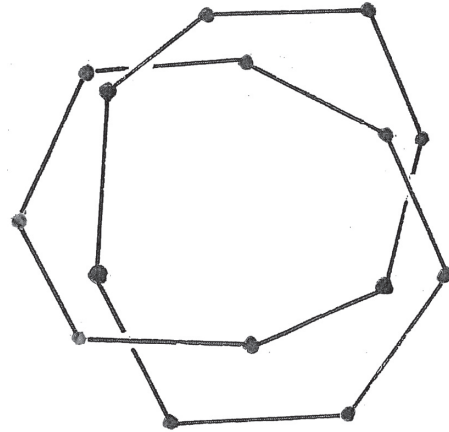


六方格子

さて、このような対称的な配置は無限に広がった空間を埋めるためには有効ですが、角錐や立方体などの内部に球を詰め込む場合には、対称でない配置が有利になることもあります。

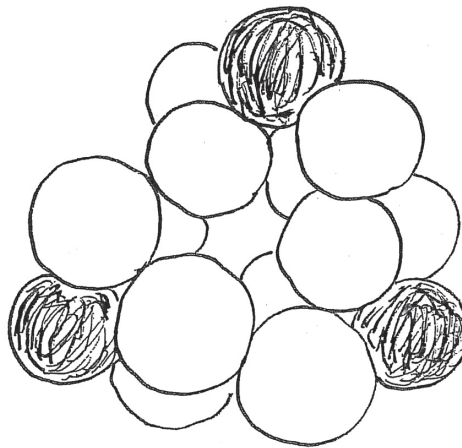
そこで視点を変え、数珠つなぎの球をひねって結び目や2重らせんの輪を作ったとき、ケプラーの「体積最小の原理」がどう働くかを調べてみようというのが問題です。個数を問題にしてはいますが、ケプラーのように何らかの対称性を手がかりにして考えて行きましょう。

(1)：左側の図は三つ葉結び目といい、(理想型は) 120 度の回転で変わらない対称な形をしています。したがって、これは互いに合同な 3 つの曲線を継ぎ合わせたものと思えます。この曲線にそって数珠をつなぐと、球の中心を結んで作った折れ線は継ぎ目の間隔がすべて等しく、しかもどの 2 つの継ぎ目もその間隔以上離れています。このような折れ線で結び目の設計図を作ってみましょう。そのために、まず対称性を手がかりに、中心から最も離れた 3 点に注目してみましょう。結び目は立体的ですが、対称性よりこれらは同じ高さと考えて良いでしょう。この 3 点で結び目は 3 本の曲線片に分かれ、各々の中点は端点と同じ高さであり、それを境に曲線片は高い部分と低い部分に分かれます。そこで、そのそれぞれにつきぎ目を 2 点ずつ配置し、15 本の線分をつないだ折れ線で結び目を作ってみます。



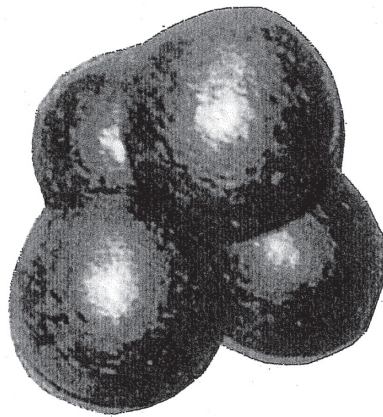
つなぎ目の配置

この設計図に従えば、15 個の球で結び目が学作れそうです。実際にやってみるとやはり 15 個で作れます。



河邊卓也君（一宮高・3年）は対称性に注目して上の答えに近い解答をしていました。

ジュニアでは、青木優大君（東海中・3年）は「球が集まって安定する形は正四面体の形」と書き、正四面体をくっつけて結び目を作る方針をたて、15個の組み方をはっきり示した設計図を書いてくれました。

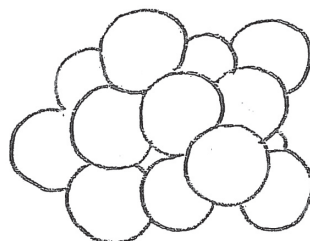


正四面体の形

丸山泰君（愛教大附属岡崎・2年）は上とは違う結び目の分解を元に、15個の配置を見つけていました。河路墨生君（東海中・2年）、小田猛君（愛教大附属岡崎・3年）、山下翔輝君（内海中・3年）、成塚友佳子さん（滝中・3年）、白木鴻成君（穂積中・2年）は、目のつけどころはそれぞれでしたが15個という答えに達していました。

ところが武藤康史君（東海高・2年）と松阪龍文君（筑波大附属駒場中・1年）の答案には14個で作れたと書いてありました。実際にやってみると確かに14個でできます。こつは15個で作ったものの全体の形をさらに立体的にすることです。これを見つけたのは素晴らしいと思います。ただ、せっかくの発見なので、図で示すのは難しいにしても、そこへ至った過程を筋道を立てて書いてほしかったと思います。

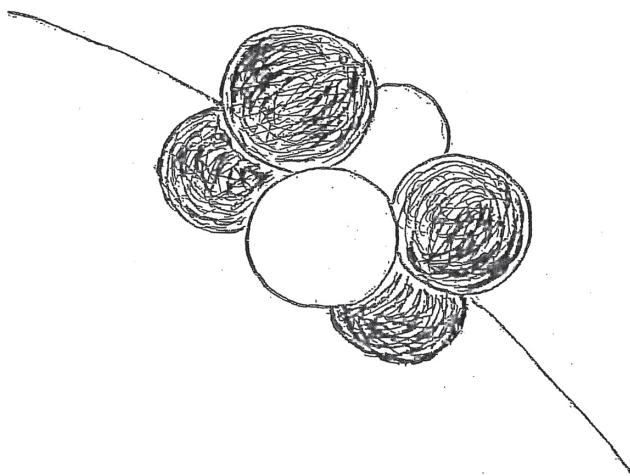
右側の結び目ですが、これは8の字結び目と呼ばれています。三つ葉結び目との違いはひねりが一回多いだけなので、そのためには球を4個増やさないといけないと考えられます。上の青木君の考え方からしてもそうなるはずです。実際にも18個で確かに8の字結び目は作れます。松阪君は18個と解答していましたが、こんな推論をしたのかもしれませんが。しかし丸山君と山下君は17個と書いていました。きっとこの結び目を会場の発泡スチロール球で実際に作ってみたのでしょう。ところが工夫をするとそこからさらに球の数を減らし、16個で作れることが分かります。全体の形を立体的にしながらか何回も微妙にねじっていくとこんな形が作れるのです。数学的な理由付けは難しいようですが。武藤君は15個と書いていました。武藤君が作ってみたことは確かだと思いますが、実際に作ってみるときわどいところで隣とくっつかない球ができてしまいました。しかし武藤君が正しかった可能性も否定できません。どこかで黑白をつけてほしいところです。



15個で作れるか！？

いずれにせよ、出題者にとってもこのような「対称性を超えた答え」はまったく意外でした。結び目を数珠つなぎで作る問題は、多面体への球の詰め込みと似た種類の問題だったのかも知れません。

(2)：2重らせんの数珠で輪を作る問題ですが、やはり対称性を手がかりに考えて行きましょう。正四面体の形はこれに使いそうです。2個の球をくっつけたものを2組用意し、一方に他方を90度回転させてくっつけると正四面体の形ができるからです。従って、隣り合う正四面体が共通の辺(稜ともいう)でくっついた形の輪が、数珠つなぎの2重らせんの設計図として考えられます。別の言い方をすれば、空間内で一つの直線 $L$ に直交する方向は $L$ と直交する平面に平行な方向ですから、作りたい円周が乗った平面に直交する方向に軸が向いた球のペアを、その円周にそって一つおきに配置し、それらに直交し、軸が円の中心を向いたペアを間にはめ込んでいくことを考えます。実際にやってみると、40個で一つの輪ができます。従ってこの方法で1000個で輪を作るとこれの約25倍というのが1つの見当です。しかしこの大きさだと部分部分はほぼまっすぐにつながっているのだから、球の半径を1とすればその周長は一辺が2の正四面体の向かいあう二辺間の距離の約500倍になり、従って $500\sqrt{2}$ 。よってその半径は約 $250\sqrt{2}/\pi$ ということになります。半径の下の限界はこのようにして見積もることができます。実は正四面体の代わりに正四角錐を構成単位にして輪を作っても、40個で1つの輪ができます。これはケプラー問題の解が一通りではないのと似ています。言うまでもないことですが、半径の上の限界は、2個の球のペアを軸の方向をまったくねじらずにそのままくっつけていった場合で、これは500個の球を数珠つなぎにしたのと同じですから周長は約1000であり、半径は約 $500/\pi$ です。ねじり方を調節すれば、上の限界から下の限界まで、すべての値が実現できます。



武藤君の答えは基本的には上と同じで、筋道だててしっかりと書かれていました。大石健太君(明和高・2年)は「正四面体を使った設計図」という点では本質を捉えた解答でした。服部貴也君(東海高・3年)は実際にらせんの一部を作ってみた結果を論理的に整理したあとが面白く、そこが評価されました。ジュニアでは正四面体のこのような扱いはちょっと難度が高かったようですが、河路君は正四面体の向かい合う辺の距離を用いて武藤君や大石君と同様の結論に達していました。(ただしケアレスミスがありました。)あと、問題の趣旨を理解し、持っている知識の範囲で出せる答えを書いていた青木君、松阪君、丸山君が評価されました。

さて、この問題は2重らせんの「円」を作ることを要求していますが、形にこだわらずに結び目の場合と同様、単なる「輪」を作る問題にしたらどうでしょう。球を何個使えば2重らせんの輪を作ることができるでしょうか。これは球を2個くっつけたものを構成単位として(1つの輪に沿って)空間を埋めていく問題



になります。実際にやってみると26個でできました。1000個の球で2重らせんの円を作る場合も、2つのらせんのねじれ方が場所によってもよいことを許せば、上の解答よりもずっと小さい半径の円が作れそうです。これもどこかで解明してほしい問題です。



J. ケプラー (1571-1630)

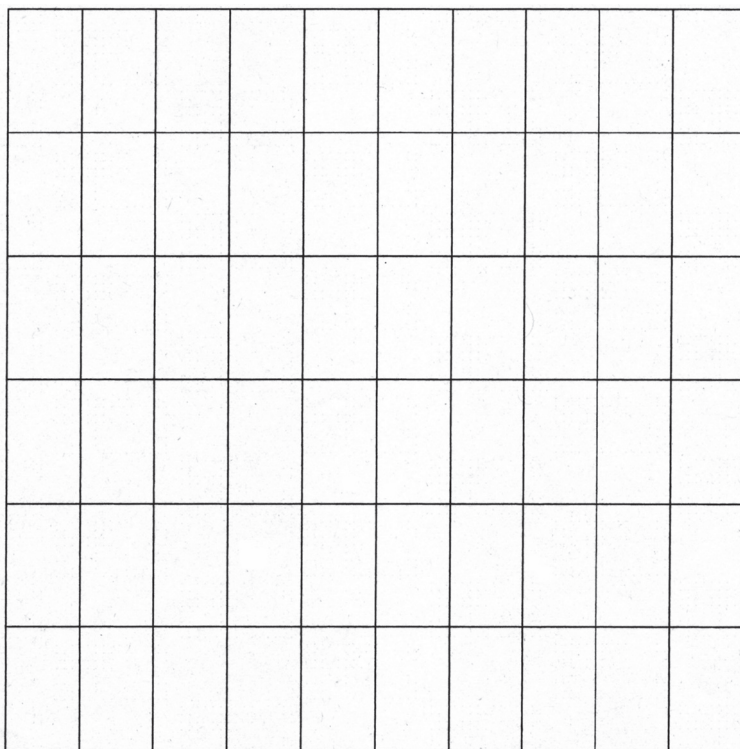
## (5) 日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール共通問題 第4問の解説

問題作成委員会委員 伊 師 英 之 (名古屋大学准教授)  
渡 辺 喜 長 (旭丘高校教諭)  
服 部 展 之 (旭丘高校教諭)  
児 玉 靖 宏 (鳴海高校教諭)

### 問 題 4. 「格子上の正6角形」

---

- (1) 辺の比が  $1 : \sqrt{3}$  の長方形が並んだ格子 (長方格子) があります。  
その頂点を適当に選んで結ぶと色々な正6角形が見つかります。  
そのようにして出来る一番小さい正6角形と、その次に小さい正6角形の面積比を求めてください。



- (2) ほかの辺の比の長方格子についても、正6角形が見つかることがあります。  
例えば  $1:2\sqrt{3}$  の場合がそうで、反面  $1:1$  の場合 (正方格子) は、どのように頂点を結んでも正6角形は出来ません。  
長方格子の適当な頂点を結んで正6角形が出来るようにするには、辺の比がどのような条件を満たせばよいでしょうか。

## 解説と講評

(1) 以後、長方形の短い方の辺の長さを1として話をすすめる。図1のように一辺の長さがそれぞれ2と $2\sqrt{3}$ の正6角形が見つかるが、これらが問題の「一番小さい正6角形」と「その次に小さい正6角形」だから、求める面積の比は $1^2:(\sqrt{3})^2=1:3$ である。

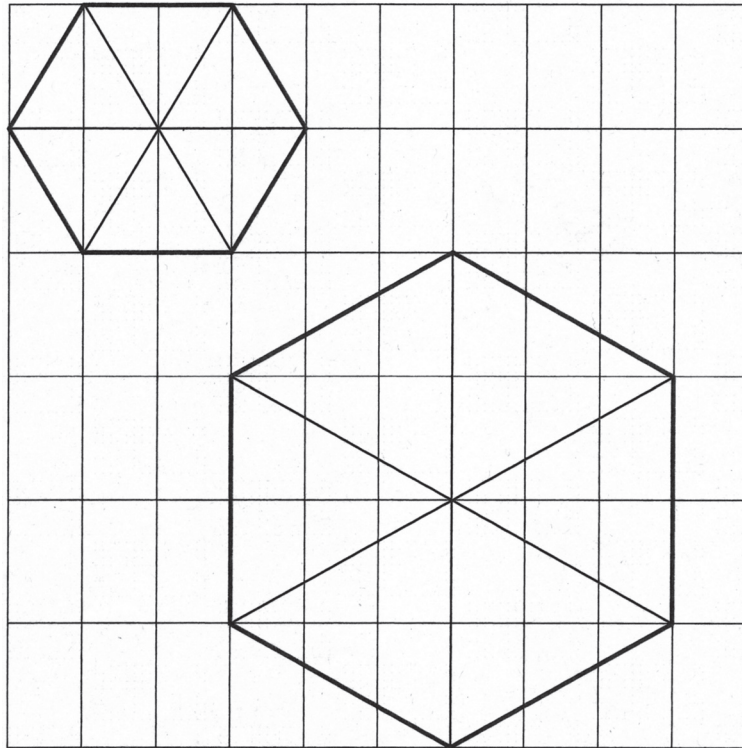
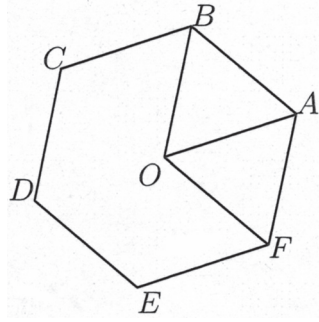


図1：2つの正6角形

[コメント：かなりの割合の人が、このようにして1:3と正しく求めていたのですが、下線部を論証したかどうかを評価の基準としました。つまり次のような議論が必要なのです（レイアウトの関係上、図2以降はまとめて解説文の終りにあります）。]

図2からわかるように、格子の間の距離で $2\sqrt{3}$ より小さいものは1,  $\sqrt{3}$ , 2,  $\sqrt{7}$ , 3である。一辺の長さが1,  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{7}$ , 3であるような正6角形は格子上には作れないことが分かるから（少し議論が必要だが省略）、一番小さい正6角形とその次に小さい正6角形は図1のものである。

[一見当たり前と思われることも確かめることが大切です。少し横道にそれますが、図1から複数の人が『格子の頂点を結んで出来た正6角形には格子と平行な辺がある』と推測しました。しかし、その予想には図3のような反例があります。直観は、案外当てになりません。その一方で、格子の上に来る全ての正6角形を系統的に議論していけば、問題はもっとすっきり解けます。]



上図のような正6角形の頂点  $A, B, \dots, F$  が格子の頂点ならば正6角形の中心  $O$  も格子の頂点である。なぜなら、線分  $AO$  と線分  $BC$  は平行で長さが等しいことから、点  $O$  は点  $A$  から出発して  $BC$  の方向にその長さの分だけ（つまりベクトル  $\overline{BC}$  に沿って）動かした点だからである。点  $O$  を原点とする座標を考えると、各頂点の座標は全て  $(a, b\sqrt{3})$  ( $a, b$  は整数) の形をしている。一般に

$$\begin{aligned} \text{点 } A \text{ の座標を } (x, y) \text{ とすると点 } B \text{ の座標は } & \left( \frac{x - \sqrt{3}y}{2}, \frac{\sqrt{3}x + y}{2} \right), \\ \text{点 } F \text{ の座標は } & \left( \frac{x + \sqrt{3}y}{2}, \frac{\sqrt{3}x - y}{2} \right) \quad (*) \end{aligned}$$

ということが成り立つ。実際、 $\triangle OAB$  および  $\triangle OAF$  は正三角形なので求める座標は連立方程式

$$\begin{cases} X^2 + Y^2 = x^2 + y^2 \\ (X - x)^2 + (Y - y)^2 = x^2 + y^2 \end{cases}$$

の解であり、これを解くと  $(X, Y) = \left( \frac{x \pm \sqrt{3}y}{2}, \frac{\sqrt{3}x \mp y}{2} \right)$  (複号同順)。符号と点  $B, F$  の位置関係を吟味すると  $(*)$  を得る。

[ $(*)$  は次のように考えても分かります：原点を中心として反時計回りに  $60^\circ$  回転すると点  $(1, 0)$  は  $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$  に、 $(0, 1)$  は  $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$  に移るから  $(x, y) = x(1, 0) + y(0, 1)$  は  $\left(\frac{x - \sqrt{3}y}{2}, \frac{\sqrt{3}x + y}{2}\right) = x\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + y\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$  に移り、すなわちこれが  $B$  の座標である。点  $F$  の座標についても同様。]

点  $C, D, E$  の座標はそれぞれ点  $F, A, B$  の座標の符号を変えたものであるから、いま格子の上にある点  $A$  の座標を  $(m, n\sqrt{3})$  ( $m, n$  は整数) とすると、 $(*)$  より点  $B, C, D, E, F$  の座標はそれぞれ

$$\begin{aligned} & \left( \frac{m - 3n}{2}, \frac{m + n}{2}\sqrt{3} \right), \left( -\frac{m + 3n}{2}, \frac{m - n}{2}\sqrt{3} \right), (-m, -n\sqrt{3}) \\ & \left( \frac{-m + 3n}{2}, -\frac{m + n}{2}\sqrt{3} \right), \left( \frac{m + 3n}{2}, \frac{-m + n}{2}\sqrt{3} \right) \end{aligned}$$

となる。これらが格子の頂点となるには  $m$  と  $n$  の偶奇が一致することが必要十分である。そのような点  $(m, n\sqrt{3})$  を全て図示すると図4の白丸のようになり、これが点  $O$  を中心とする正6角形の頂点となり得る格子の頂点の全体である。実際に正6角形を結ぶと図5のようになり、これを見れば一番小さい正6角形とその次に小さい正6角形が何かは明白である。



(2) 自然数  $p, q$  について辺の比が  $p:q\sqrt{3}$  の長方格子を考える。この格子の点を横に  $q$ , 縦に  $p$  ごとにとると比が  $1:\sqrt{3}$  の長方格子ができるから、この場合は正六角形が作れる (図 6 参照)。

[問題文がヒントになったようで、多くの人がここまで到達していました。評価対象としたのは、その逆を示すこと、すなわち正六角形ができるような長方格子の辺の比は必然的に  $p:q\sqrt{3}$  の形 (同じ事ですが  $r$  を正の有理数としたときの  $1:r\sqrt{3}$  の形) であることの証明です。]

辺の比が  $1:s$  の長方格子の頂点を結んで正六角形が作れたものとする。(1) で考えたように正六角形の中心  $O$  を原点とする座標系を考えると頂点の座標はみな  $(a, bs)$  ( $a, b$  は整数) の形であり、とくに  $A, B$  の座標をそれぞれ  $(m, ns), (m', n's)$  ( $m, n, m', n'$  は整数) とすると、(\*) から

$$m' = \frac{m - \sqrt{3}ns}{2}, \quad n's = \frac{\sqrt{3}m + ns}{2}$$

となる。ここで  $n \neq 0$  のときは第一の式から  $s = \frac{m - 2m'}{3n}\sqrt{3}$  である。一方  $n = 0$  のときは第二の式から  $n's = \frac{\sqrt{3}m}{2}$  で、 $m \neq 0$  より  $n' \neq 0$  だから  $s = \frac{m}{2n'}\sqrt{3}$  となる。いずれにしても  $s$  は  $\sqrt{3}$  の有理数倍である。したがって、長方格子の頂点を結んで正六角形が作る必要十分条件は、長方格子の辺の比が  $1:r\sqrt{3}$  ( $r$  は有理数) の形となることである。

[全体の講評：(1) では比  $1:3$ , (2) では比  $p:q\sqrt{3} = 1:r\sqrt{3}$  ( $p, q$  は自然数で  $r = q/p$ ) という答そのものが合っている人は少なくありませんでした。しかしながら、どうしてそうなるかという論理に筋道が通っていて始めて正解といえるのであって、その意味での正解者は残念ながら少数でした。そうしたなかで、澤田晃一郎君 (大手前高校 3 年) の解答はほぼ完璧でした。バセダメヘディ保君 (高津高校 1 年) の解答も正解といってよいものですが、説明の明晰さという点で一歩及びませんでした。木村宏君 (暁高校 2 年) は (1) での議論が最も洗練されていて、 $m, n$  の偶奇にも言及していました。鷺見拳君 (岐山高校 1 年) は図 3 の正六角形を見つけていました。

末續鴻輝君 (茨木高校 3 年), 山口雄太君 (一宮高校 1 年), 尾関雅広君 (一宮高校 3 年), 青木大輔君 (一宮高校 3 年), 杉村峻君 (旭野高校 3 年), 服部純也君 (時習館高校 3 年) は (1) が正解, 石川勝己君 (岸和田高校 2 年) は (2) が正解で、残りの問題についても見るべきアイデアがありました。平岩和也君 (東海高校 1 年), 武藤康史君 (東海高校 2 年), 牧野良亮君 (時習館高校 1 年), 岩川秀之君 (恵那高校 2 年), 神谷貴公君 (愛知教育大学附属高校 1 年) の解答にも、厳密な正解ではありませんが、評価すべき議論がありました。

ジュニアの参加者では岩橋陽平君 (大府西中学校 2 年), 山下翔輝君 (内海中学校 3 年), 西脇康平君 (愛知教育大学附属岡崎中学校 2 年), 丹野智裕君 (灘中学校 1 年) は (1) が正解で、(2) についても評価すべき議論がみられました。久留宮徹君 (東海中学校 3 年), 松阪龍文君 (筑波大学附属駒場中学校 1 年), 青木優大君 (東海中学校 3 年), 中西有馬君 (東海中学校 3 年) の解答にも興味深い発想がありました。]

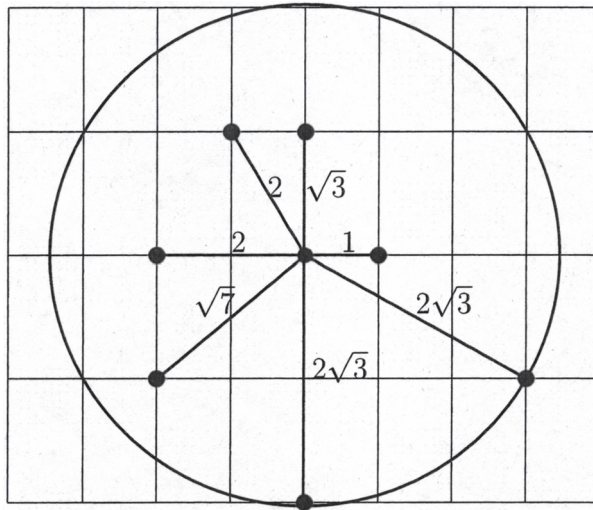


図 2 : 格子点の間の距離

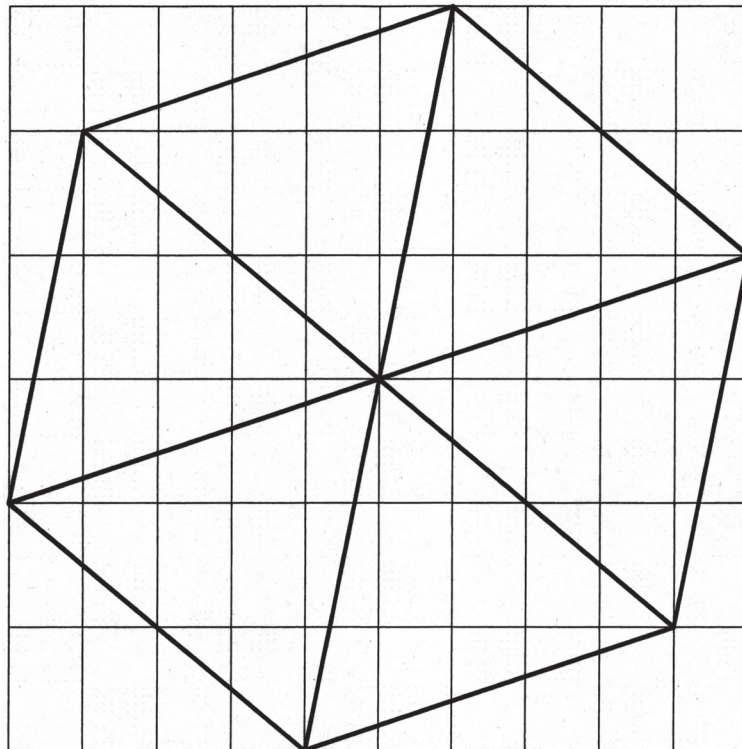


図 3 : 一辺の長さが  $2\sqrt{7}$  の正六角形

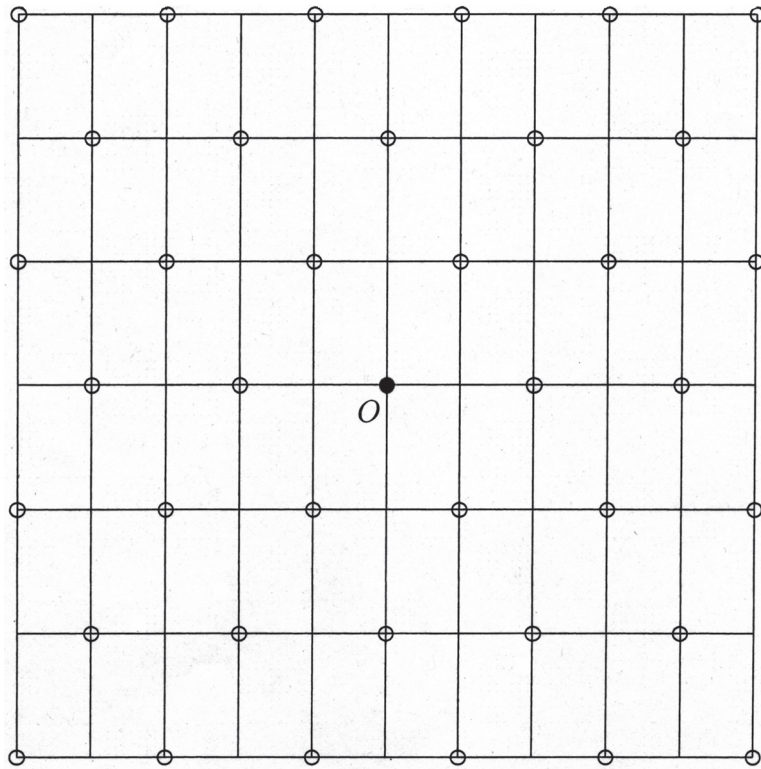


図4：原点  $O$  を中心とする正6角形の頂点となり得る点

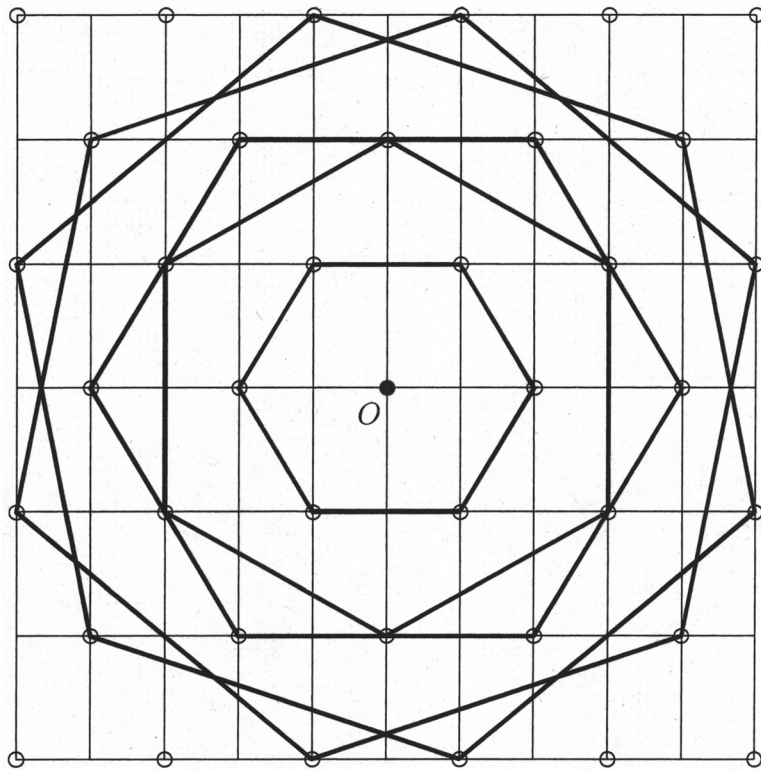


図5：原点  $O$  を中心とする正6角形

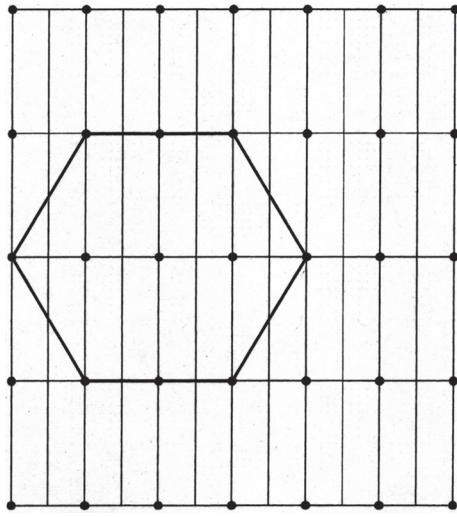


図6：辺の比が  $1:2\sqrt{3}$  の場合

## (6) 日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール論文賞の解説

### 問題 1. 「親友交歓」

XさんとYさんは友人同士で、5時半から6時の間に同じ駅に着き、そこから帰宅します。そこで、駅でホームに入る前に相手を何分か待ち、出会えた時は喫茶店で雑談することになりました。二人が平均して四回に一回以上出会えるようにするためには、待ち時間を最低何分にすればよいでしょう。三人以上だとどうなるかについても調べてください。

### 解説

問題作成委員会委員 大沢健夫 (名古屋大学教授)

数学には関係がないのですが、まず問題のタイトルについて一言。今年は大作家太宰治の生誕100年に当たるので、その作品にちなんだ題をつけました。太宰治の独特の文章は日本語の表現に大きな影響を与え、「走れメロス」や「富嶽百景」などの名作は現在も多く読者に愛されています。太宰治は数学も嫌いではなかったらしく、「愛と美について」という小説では、家族が茶の間で話を継ぎながら数学者を主人公にした物語を作っていく様子を描いています。

さてこれは確率の問題ですが、多くの皆さんが二人の場合に正しい答えを出していました。会える確率が $1/4$ であるという条件を言い換えて、一辺が1の正方形の対角線を中心とする帯の面積が $1/4$ になる条件と思えばよいのです。この点では受賞者の皆さんの他にも、広島大学附属東雲中学校から数多く応募された中では、増谷萌さん、出来尾友規くん、上村真菜さん、村重拓実くん、川上功貴くん、三登百合子さん、柳瀬大輝くん、中森大介くん、江藤舞さん、藤森和希くんの皆さんがこの考えに到達していました。

二人の場合だと、待ち時間の「理論値」を求めるためには二次方程式を解く必要があります。三人だとそれが三次方程式になります。ここまで考察を進めていた論文から受賞作を選ばせてもらいました。

ところで有名な統計学者のH.ホテリング(1895-1973)はこの帯の面積が面白いと思ったのか、空間曲線の周りの管状の部分の体積が、

管の半径の2乗×円周率×曲線の長さ

と一致することを発見しました。これはホテリングの定理と呼ばれています。ホテリングの定理を知った数学者のH.ワイル(1885-1955)は、一般次元の空間内の一般的な図形の周りの「管状の部分」の体積を求める公式を作りました。これは管の半径の多項式になり、その係数は表面積や体積などの幾何学的な意味を持っています。たとえば空間の中の半径 $R$ の球面を $S$ とし、 $S$ の各点で、外側と内側に $r$ の幅をつけたものを考えると、その体積 $V(r)$ は

$$V(r) = S \text{の面積} \times 2r + (8/3) \pi r^3$$

です。ここで、 $S$ を同じ面積のまま少し変形した滑らかな曲面 $M$ を考え、その各点で、外側と内側に $r$ の幅をつけたものの体積を $V(M, r)$ としますと

$$V(M, r) = \alpha r + \beta r^2 + \gamma r^3 + \dots$$

となります。 $M$ が球面 $S$ の時は $V(S, r) (= V(r))$ は $r^3$ で止まっていますが、ワイルはこの式が一般の $M$ についても $r^3$ で止まることを示しました。

このように、親友たちの待ち時間の計算はもっと広く深い数学の世界につながっているのです。



## 問 題 2. 「正多面体の影」

---

正多面体に光を当ててできる平面上の影の形を分類してください。

### 解 説

---

問題作成委員会委員 伊 師 英 之 (名古屋大学准教授)

例えば正4面体の場合、光を当てる方向と影の映るスクリーン（平面）との位置関係によって影は3角形であったり、4角形であったりします。5つの正多面体（正4面体、正6面体、正8面体、正12面体、正20面体）のそれぞれについて、影として現れ得る全ての多角形を考えて、それらを分類するというのが問題の意味です（数学でいう「分類」という言葉には、常にそういったニュアンスがあります）。

取り組みやすそうな問題であるため、多くの人が応募してくれました。実際に正多面体の模型を作成して、電球などの光を当てて、影を観察するという「実験派」が多かったのが印象的です。しかしながら、この方法だけでは全ての影を捉えることは難しいので、数学的に場合分けをして議論する必要があります。実をいうと、このように1点の光源から光線が出る場合、光線の方向はまちまちで、光源と立体との距離によっても影の形が変化してしまい、問題は複雑になってしまいます。太陽の光のように、全ての光線が平行であるような光の当て方で影を考える（平行射影）、さらには光線の方向はスクリーンと直交しているとする（直交射影）という設定が問題の一つの妥当な建て方といえるでしょう。この状況では正多面体を様々な方向に回転させて、それに従って影の形がどう変わるかを調べることになります。

大垣北高校2年の田林功至君と岩井駿己君は一つの方向から同時に見える正多面体の面の数に着目した議論から、それぞれの立体の影として何角形が現れるかを完全に決定しました。明晰かつ緻密な論理の進め方は大変高く評価できます。一般参加の早川直紀さんと桑原千晴さんはコンピュータを活用してどの角度で何角形になるかを徹底的に調べ、その結果を効果的に図示しました。さらに論文では平行射影・直交射影だけでなく、上述の一点光源の場合も考察し、その複雑さと格闘しています。まさに質・量ともに圧倒的な研究でした。東海高校数学研究会2年の武藤康史君と因田知弘君もコンピュータを使って直交射影の場合の影の形をほぼ正しく分類していました（ただし、その根拠がコンピュータを使った実験のみなのか、数学的な推論を加えた結果なのかが不明瞭なのが気になりました）。研究のために必要なプログラムを数学の知識を動員しつつ自ら作成し、その説明を丁寧に書いていることは大いに評価します。

広島大学附属東雲中学校3年の中谷友美さんは少し見落としはあるものの丁寧に考察して沢山の種類の影の形を捉えました。さらに、影の多角形としての頂点の数と正多面体の辺および頂点の数との間に法則を予想するという姿勢は素晴らしいものです。同じく広島大学附属東雲中学校3年の浅田悠右さんは適当な直線を軸に正多面体を回転させるに従って影が変化する様子を詳しく調べました。説明不足気味なのが気になりましたが、結果は大変興味深いものです。

## 問 題 3. 「自由課題」

---

自分自身，またはグループで取り組んだ，数学に関する内容を論文にまとめてください。

## 解 説

---

問題作成委員会委員 安 本 雅 洋 (名古屋大学教授)

今年の論文賞「自由課題」への応募は，昨年の12件から大幅に増えて32件でした。増えたことはたいへん良いことなのですが，論文賞の趣旨からはずれていると思われる応募が数多く見受けられたので，選考に際して何を見ているのかについて少し触れてみたいと思います。論文というのはレポート（学習や調査の報告）とは違います。テーマを決めてそれについて色々調べてそれらをまとめて書くというのでは，まったく評価の対象になりません。一番大切なのはオリジナリティーです。ネットで検索すれば似たような話がゾロゾロ出てくるようではいけません。もちろん陳腐なテーマであっても新しい視点やだれも考えなかったような切り口で見直した物なら評価されます。また「おもしろさ」も大切な要素です。読んでおもしろい，作者もおもしろいと思って書いている，こういったことも重要です。さらに思考の深さも要求されます。おもしろいことを思いついたとしても，ただそれだけでは論文にはなりません。それについて深く掘り下げ理論を展開することも大切です。

1. 奥村有紗さん（瀬戸市立水野中）は昨年が続いての受賞です。フラクタルというのはよくある話ですが，取り扱い方に工夫の跡が見られ興味深いものでした。コッホ曲線だけでなくもっと色々な例を取り上げて比較してみるともっと良い論文になったと思います。
2. 中山大地さん（名古屋大学教育学部附属中）は正多角形とそれに内接する正多角形の面積比についての規則性について，3，4，5，6，8の場合を調べています。着想はたいへんおもしろくて良いのですが，やや中途半端な結論です。一般の正多角形を扱うのは中学生にはなかなか困難なのかも知れません。また立体の場合，例えば正四面体に内接する正四面体についての考察などがあるとさらに良くなったと思います。



## 4. 受賞者一覧

### 第20回 日本数学コンクール受賞者一覧

#### 大賞 (1名)

(大)s-16 澤田 晃一郎 大阪 大手前高等学校 高3 名古屋語ゲーム, 格子状の正6角形

#### 優秀賞 (5名)

1030 杉本 暁彦 愛知 東海高等学校 高1 月の住人, 名古屋語ゲーム  
 1102 武藤 康史 愛知 東海高等学校 高2 月の住人, 球の連なり, 格子状の正6角形  
 (大)s-4 バセダ メヘディ 保 大阪 高津高等学校 高1 名古屋語ゲーム, 格子状の正6角形  
 (大)s-21 藤澤 卓馬 大阪 大手前高等学校 高2 名古屋語ゲーム  
 (大)s-22 石川 勝巳 大阪 岸和田高等学校 高3 月の住人, 格子状の正6角形

#### 優良賞 (11名)

1010 山口 雄太 愛知 一宮高等学校 高1 格子状の正6角形  
 1021 尾関 雅弘 愛知 一宮高等学校 高3 格子状の正6角形  
 1023 青木 大輔 愛知 一宮高等学校 高3 名古屋語ゲーム, 格子状の正6角形  
 1026 山岸 優友 福岡 明治学園高等学校 高2 月の住人  
 1051 今井 響 岐阜 恵那高等学校 高2 月の住人  
 1062 加藤 駿佑 愛知 旭丘高等学校 高1 月の住人  
 1075 松下 健太郎 愛知 時習館高等学校 高2 月の住人  
 1080 只野 之英 愛知 東海高等学校 高3 名古屋語ゲーム  
 1082 平岩 和也 愛知 東海高等学校 高1 格子状の正6角形  
 1096 内田 明寛 愛知 東海高等学校 高1 名古屋語ゲーム  
 (大)s-18 末續 鴻輝 大阪 茨木高等学校 高3 格子状の正6角形

#### 奨励賞 (32名)

1014 岡田 雄大 愛知 一宮高等学校 高2 月の住人, 名古屋語ゲーム  
 1017 栗原 諒 愛知 一宮高等学校 高2 名古屋語ゲーム  
 1033 服部 純也 愛知 時習館高等学校 高3 格子状の正6角形  
 1035 王 亚萍 愛知 大成高等学校 高2 名古屋語ゲーム  
 1036 佐藤 裕太 愛知 大成高等学校 高2 名古屋語ゲーム  
 1037 牧野 良亮 愛知 時習館高等学校 高1 月の住人, 格子状の正6角形  
 1041 今井 智久 岐阜 恵那高等学校 高3 月の住人, 名古屋語ゲーム  
 1049 岩川 秀之 岐阜 恵那高等学校 高2 格子状の正6角形  
 1050 鎌田 棟大 岐阜 恵那高等学校 高2 名古屋語ゲーム  
 1054 井藤 光博 愛知 日進西高等学校 高2 名古屋語ゲーム  
 1056 都竹 康太郎 愛知 刈谷高等学校 高2 月の住人  
 1057 石川 裕祐 愛知 時習館高等学校 高1 名古屋語ゲーム  
 1058 大石 健太 愛知 明和高等学校 高1 名古屋語ゲーム, 球の連なり  
 1069 神谷 貴公 愛知 愛知教育大学附属 高1 格子状の正6角形

1071	筒山晃司	愛知	時習館高等学校	高1	月の住人
1072	鷺見拳	岐阜	岐山高等学校	高1	格子状の正6角形
1073	城所泰孝	愛知	時習館高等学校	高2	名古屋語ゲーム
1081	因田知弘	愛知	東海高等学校	高2	月の住人
1083	井関彰太	愛知	東海高等学校	高1	名古屋語ゲーム
1086	尾関康弘	愛知	西春高等学校	高1	月の住人
1087	福永貴昂	岐阜	岐山高等学校	高2	名古屋語ゲーム
1088	中垣内千晶	愛知	明和高等学校	高1	名古屋語ゲーム
1095	服部貴也	愛知	東海高等学校	高3	球の連なり
1103	杉村峻	愛知	旭野高等学校	高3	名古屋語ゲーム, 格子状の正6角形
1105	水野貴也	愛知	東海高等学校	高1	名古屋語ゲーム
1112	加藤慎也	岐阜	恵那高等学校	高3	月の住人
(四)s-1	木村宏三	三重	暁高等学校	高2	月の住人, 格子状の正6角形
(大)s-7	高見直史	大阪	近畿大学附属高等学校	高2	名古屋語ゲーム
(大)s-9	本村隆幸	大阪	近畿大学附属高等学校	高2	名古屋語ゲーム
(大)s-14	吉川泰樹	大阪	近畿大学附属高等学校	高1	名古屋語ゲーム
(大)s-17	石倉幹也	大阪	清風高等学校	高2	名古屋語ゲーム
(大)s-20	吉田愛	大阪	プール学院高等学校	高3	名古屋語ゲーム

表記は次の順にしております。参加番号、氏名、所在県名、所属校名、学年、表彰対象の問題。

## 第13回 日本ジュニア数学コンクール受賞者一覧

### 大賞 (2名)

13	丸山 泰	愛知	愛知教育大学附属岡崎中学校	中2	球の連なり
52	中西 有馬	愛知	東海中学校	中3	月の住人, 名古屋語ゲーム, 格子状の正6角形

### 優秀賞 (2名)

7	久留宮 徹	愛知	東海中学校	中3	名古屋語ゲーム, 格子状の正6角形
36	青木 優大	愛知	東海中学校	中3	月の住人, 名古屋語ゲーム, 球の連なり, 格子状の正6角形

### 優良賞 (5名)

5	岩橋 陽平	愛知	大府西中学校	中3	名古屋語ゲーム, 格子状の正6角形
11	松阪 龍文	東京	筑波大学附属駒場中学校	中1	月の住人, 名古屋語ゲーム, 球の連なり, 格子状の正6角形
16	河路 塁生	愛知	東海中学校	中2	月の住人, 名古屋語ゲーム, 球の連なり
29	山本 薫	愛知	内海中学校	中2	名古屋語ゲーム
34	西脇 康平	愛知	愛知教育大学附属岡崎中学校	中2	格子状の正6角形

### 奨励賞 (12名)

6	久留宮 毅	愛知	東海中学校	中3	名古屋語ゲーム
12	青木 謙典	愛知	花の木小学校	小5	名古屋語ゲーム
20	大嶽 匡俊	愛知	愛知教育大学附属名古屋小学校	小6	名古屋語ゲーム
21	田口 将堂	東京	筑波大学附属駒場中学校	中1	名古屋語ゲーム
22	近藤 友祐	愛知	川名中学校	中2	名古屋語ゲーム
25	市川 弘稀	愛知	三谷中学校	中3	名古屋語ゲーム
27	小田 猛	愛知	愛知教育大学附属岡崎中学校	中3	球の連なり
30	山下 翔輝	愛知	内海中学校	中3	球の連なり, 格子状の正6角形
33	成塚 友佳子	愛知	滝中学校	中3	球の連なり
46	伊関 友理恵	東京	桜蔭学園中学校	中2	名古屋語ゲーム
61	白木 鴻成	岐阜	穂積中学校	中2	球の連なり
(大)j-2	丹野 智裕	兵庫	灘中学校	中1	名古屋語ゲーム, 格子状の正6角形

表記は次の順にしてあります。参加番号、氏名、所在県名、所属校名、学年、表彰対象の問題。

## 第10回 日本数学コンクール論文賞受賞者一覧

### 金 賞

---

武田久輝	愛知	南山高等学校	高3	親友交歓
武藤康史	愛知	東海高等学校・数学研究会	高2	親友交歓
因田知弘			高3	
片岡武典				
石田哲也				
只野之英				
舘祐樹				
服部貴也				
〈共著論文〉				

### 銀 賞

---

早川直紀	愛知	一般	一般	正多面体の影
桑原千晴				
〈共著論文〉				
田林功至	岐阜	大垣北高等学校	高2	正多面体の影
岩井駿己				
〈共著論文〉				

### 銅 賞

---

山田純司	岐阜	大垣北高等学校	高2	親友交歓
草野雄哉				
青木悠一				
〈共著論文〉				
日比野  征	愛知	明和高等学校	高2	親友交歓
原 悠真	福岡	明治学園中学高等学校	中1	親友交歓
米田昌史		SS 数学研究会	中3	
驛 真利奈			高2 (4名)	
鹿村祐貴				
永  潤				
山 岸 優友				
〈共著論文〉				
武藤康史	愛知	東海高等学校・数学研究会	高2	正多面体の影
因田知弘				
〈共著論文〉				

表記は次の順にしてあります。参加番号、氏名、所在県名、所属校名、学年、表彰対象のテーマ。

## 第10回 日本ジュニア数学コンクール論文賞受賞者一覧

### 金 賞

---

該当者なし

### 銀 賞

---

末 廣 翔	広 島	広島大学附属東雲中学校	中 3	親友交歓
中 谷 友 美	広 島	広島大学附属東雲中学校	中 3	正多面体の影
浅 田 悠 右	広 島	広島大学附属東雲中学校	中 3	正多面体の影
奥 村 有 紗	愛 知	瀬戸市立水野中学校	中 3	二次元と三次元のフラクタル図形

### 銅 賞

---

浦 上 小百合	広 島	広島大学附属東雲中学校	中 3	親友交歓
神 原 佐也加	広 島	広島大学附属東雲中学校	中 3	親友交歓
中 山 大 地	愛 知	名大教育学部附属中学校	中 2	ある正多角形とそれに内接する正多角形

#### 参考〈副書（本）一覧〉

No.	書 名
1	数学のあゆみ 上
2	数学のあゆみ 下
3	数学入門辞典
4	「フィボナッチ」のうさぎ
5	偉大な数学者たち
6	新数学事典
7	形の法則
8	自然界の秘められたデザイン
9	数学の基礎
10	数学小辞典
11	分ける－詰め込む－塗り分ける
12	数学が歩いてきた道
13	数学小辞典
14	正多面体を解く

## 5. 日本数学コンクール参加状況

### 第20回 日本数学コンクール参加状況一覧

分類は応募者の所属する学校の所在地による

地域	都府県名		中学生		高校生						合計	
			3年		1年		2年		3年			
中部	愛知	男	0	0	32	30	27	24	18	17	77	71
		女	0	0		2		3		1		6
	岐阜	男	1	1	5	3	13	12	4	3	23	19
		女	0	0		2		1		1		4
	三重	男	0	0	2	2	1	1	0	0	3	3
		女	0	0		0		0		0		0
関東	東京	男	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		女	0	0		0		0		0		0
近畿	大阪	男	0	0	8	7	7	7	4	4	19	18
		女	0	0		1		0		0		1
九州	福岡	男	0	0	0	0	2	2	0	0	2	2
		女	0	0		0		0		0		0
合計		男	1	1	47	42	50	46	26	24	124	113
		女	0	0		5		4		2		11

## 第 20 回 日本数学コンクール参加校一覧

学校所在都道府県	学 校 名
愛 知 県	愛知教育大学附属高校
	愛知産業大学三河高校
	旭 丘 高 校
	旭 野 高 校
	安 城 東 高 校
	一 宮 高 校
	刈 谷 高 校
	吉 良 高 校
	高 蔵 寺 高 校
	向 陽 高 校
	桜 台 高 校
	時 習 館 高 校
	昭 和 高 校
	大 成 高 校
	東 海 高 校
	豊 明 高 校
	豊 田 工 業 高 専
	鳴 海 高 校
西 春 高 校	

学校所在都道府県	学 校 名
愛 知 県	日 進 西 高 校
	名 東 高 校
	明 和 高 校
岐 阜 県	恵 那 高 校
	岐 山 高 校
	梅 林 中 学 校
三 重 県	暁 高 校
	松 阪 高 校
大 阪 府	茨 木 高 校
	大 手 前 高 校
	岸 和 田 高 校
	近 畿 大 学 附 属 高 校
	高 津 高 校
	清 水 台 高 校
	清 風 高 校
	プ ー ル 学 院 高 校
福 岡 県	明 治 学 園 高 校

## 第13回 日本ジュニア数学コンクール参加状況一覧

分類は応募者の所属する学校の所在地による

地域	都府県名		小学生				中学生						合計	
			5年		6年		1年		2年		3年			
中部	愛知	男	1	1	1	4	4	10	21	29	8	46	37	
		女	0	0	0	0	1	8	9					
	岐阜	男	0	0	0	2	1	0	3	5	2	7	4	
		女	0	0	0	1	0	0	3					
	三重	男	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	
		女	0	0	0	0	0	0	0					
関東	東京	男	0	0	0	3	3	0	0	0	0	4	3	
		女	0	0	0	0	1	0	0					
近畿	大阪	男	0	0	0	2	1	0	1	1	0	3	2	
		女	0	0	0	1	0	0	0					
	奈良	男	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		女	0	0	0	0	0	0	0					
合計		男	1	1	1	12	10	10	25	35	10	61	47	
		女	0	0	0	2	2	2	10					14



## 第 13 回 日本ジュニア数学コンクール参加校一覧

学校所在 都道府県	市町村	学 校 名
愛知県	大 府 市	大 府 西 中 学 校
	岡 崎 市	愛知教育大学附属岡崎中学校
		美 川 中 学 校
	蒲 郡 市	大 塚 中 学 校
		蒲 郡 中 学 校
		三 谷 中 学 校
	江 南 市	滝 中 学 校
	瀬 戸 市	水 無 瀬 中 学 校
		水 野 中 学 校
	知 多 郡	内 海 中 学 校
	東 海 市	横 須 賀 中 学 校
	豊 川 市	代 田 中 学 校
	豊 橋 市	南 部 中 学 校
	名古屋市	愛知教育大学附属名古屋小学校
		円 上 中 学 校
		大 曾 根 中 学 校
		川 名 中 学 校
		栢 山 女 学 園 中 学 校
東 海 中 学 校		

学校所在 都道府県	市町村	学 校 名
愛知県	名古屋市	本 城 中 学 校
	西 尾 市	花 ノ 木 小 学 校
	日 進 市	日 進 西 中 学 校
岐阜県	岐 阜 市	厚 見 中 学 校
		岐阜大学教育学部附属中学校
	中 津 川 市	第 一 中 学 校
		神 坂 中 学 校
	瑞 穂 市	穂 積 中 学 校
三重県	鈴 鹿 市	鈴 鹿 中 学 校
東京都	荒 川 区	開 成 中 学 校
	世 田 谷 区	筑波大学附属駒場中学校
	文 京 区	桜 蔭 学 園 中 学 校
大阪府	交 野 市	関 西 創 価 中 学 校
	大 阪 市	大 阪 学 芸 中 等 教 育 学 校
兵庫県	神 戸 市	灘 中 学 校

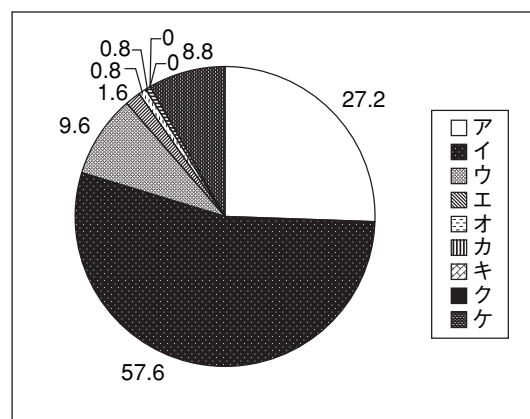
## 6. 参加者アンケート調査結果

### 第 20 回日本数学コンクール

アンケート総数 125

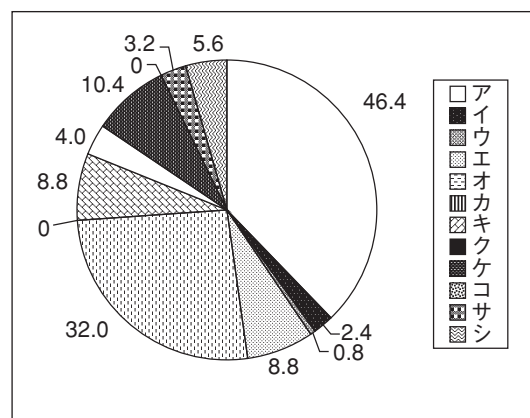
#### 1. 今回のコンクールの開催については、どのようにして知りましたか。

ア. 学校の掲示を見て	34 人 (27.2%)
イ. 先生から	72 人 (57.6%)
ウ. 友人から	12 人 (9.6%)
エ. 両親から	2 人 (1.6%)
オ. 兄弟姉妹から	1 人 (0.8%)
カ. 新聞で	1 人 (0.8%)
キ. ラジオ・テレビで	0 人 (0.0%)
ク. 雑誌で	0 人 (0.0%)
ケ. その他	11 人 (8.8%)
○ 昨年も参加	6 人 (4.8%)
○ HP で面白そうだったから	1 人 (0.8%)
○ 資料が届いたので	3 人 (2.4%)
○ 部活 (数学物理研究会)	1 人 (0.8%)



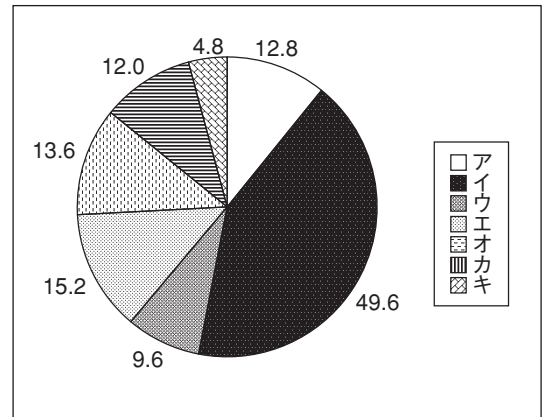
#### 2. 今回のコンクールを受けようと思ったきっかけは何ですか。

ア. 数学が好きだから	58 人 (46.4%)
イ. 数学が好きになりたいと思ったから	3 人 (2.4%)
ウ. 数学が苦手だから	1 人 (0.8%)
エ. 以前参加して有意義だったから	11 人 (8.8%)
オ. 先生に進められたから	40 人 (32.0%)
カ. 両親に進められたから	0 人 (0.0%)
キ. 友人に誘われたから	11 人 (8.8%)
ク. 名古屋大学のキャンパスに関心があつたから	5 人 (4.0%)
ケ. なんとなく興味があつたから	13 人 (10.4%)
コ. 参考書持参が自由だから	0 人 (0.0%)
サ. コンクールの雰囲気を味わいたいから	4 人 (3.2%)
シ. その他	7 人 (5.6%)
○ 結果になるから	1 人 (0.8%)
○ 意地でも上の賞を取りたかつたから	1 人 (0.8%)
○ 大学推薦に使えるから	1 人 (0.8%)
○ 数学についてもっと知ってみようと思った	1 人 (0.8%)



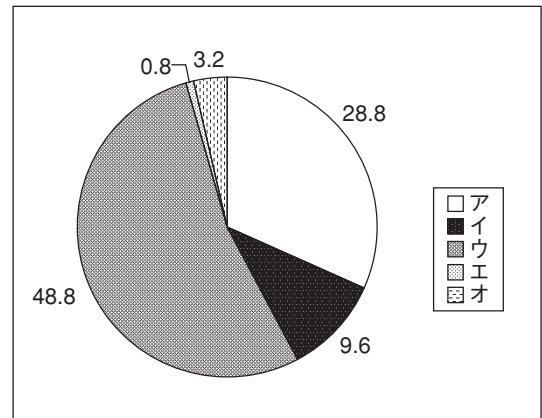
3. 今回のコンクールの問題については、どのように感じましたか。

- |                              |             |
|------------------------------|-------------|
| ア. 問題が難しいと思った                | 16人 (12.8%) |
| イ. 問題は難しいけれど楽しかった            | 62人 (49.6%) |
| ウ. 問題が難しいと思わなかった             | 12人 (9.6%)  |
| エ. 学校での問題とは、かなり内容が<br>違うと思った | 19人 (15.2%) |
| オ. 数学の学問的広さを感じた              | 17人 (13.6%) |
| カ. 問題の意味が分かりにくい              | 15人 (12.0%) |
| キ. その他                       | 6人 (4.8%)   |
- 昨年よりも簡単だった  
 前年の問題の傾向と大きく違う気がしました  
 半分半分  
 問題が楽しいと思わなかった  
 集中力がかなり必要となった  
 面白い問題だと思いました



4. 今回のコンクールに参加して、今後のことをどう思いますか。

- |                               |             |
|-------------------------------|-------------|
| ア. 勉強の励みになると思う                | 36人 (28.8%) |
| イ. 今後の進路を考える参考になる<br>と思った     | 12人 (9.6%)  |
| ウ. 数学に対するイメージがこれまで<br>より広がった  | 61人 (48.8%) |
| エ. 数学に対するイメージがこれまで<br>より悪くなった | 1人 (0.8%)   |
| オ. その他                        | 4人 (3.2%)   |
- もう少し柔軟な考えがいると思った



5. 数学以外の分野でも同じようなコンクールがあったらよいと思いますか。あれば、それはどのような分野ですか。

- |       |             |
|-------|-------------|
| 1位 物理 | 28人 (22.4%) |
| 2位 化学 | 19人 (15.2%) |
| 3位 英語 | 3人 (2.4%)   |
| 3位 歴史 | 3人 (2.4%)   |
| 5位 科学 | 2人 (1.6%)   |
| 5位 地学 | 2人 (1.6%)   |
| 5位 天体 | 2人 (1.6%)   |

\* その他 (各1名ずつ)

- 情報, 暗号, 生物, 現代社会, 国語 (現代文), 国語 (漢字), 記憶心理学, 算数

6. 今までで何か数学に関する本で特に興味を持って読んだものがあつたら書いてください。

- |               |           |
|---------------|-----------|
| 1位 フェルマーの最終定理 | 8人 (6.4%) |
| 2位 数の悪魔       | 6人 (4.8%) |

3位 博士の愛した数式 4人 ( 3.2%)

4位 数学ガール 2人 ( 1.6%)

\* その他 (各1名ずつ)

- 初等整数論講義
- サクシード, フォーカス, ゴールド
- インド数学の本
- ニュートン
- オイラー入門
- カントールの無限について
- 数の辞典
- $\pi$ の伝記
- 準正多面体について
- すうがく博物館
- ワンポイント双書
- ミステリーな数学
- マスターオブ整数
- ケプラーの予想
- 無限に見入られた数学者たち
- 連続体についての本
- 高校生に送る数学I
- いやでも楽しめる算数 (清水義範著, 講談社)
- 大学への数学
- ゼロから無限へ
- ふしぎなたね
- 数学パズル辞典
- 数学オリンピック過去問題集
- 数に強くなる
- 「検定外」教科書

7. 数学コンクールには、これに関連したフォローアップセミナーを「数理ウェーブ」という名で、名古屋大学1号館509講義室で開催しています。講演者はすべてボランティアであり、参加料は無料で、10月から再開します。参加資格は数学が好きであればどなたでも全く自由で、今まで開催された「数理ウェーブ」には小学生からお年寄りまで参加していただいております。この中から問題作成のヒントが得られることもあります。数学コンクールにチャレンジした後、数学のいろんな話題にふれてみませんか。今年開催のテーマは次のとおりです。

開催日	4月25日(土)	「有限ゲームの必勝法」 「ガウスからの手紙」
	5月23日(土)	「素数定理と関数論」 「虚数次元について」
	6月27日(土)	「階乗とガンマ関数」 「岡の上空移行」

A. 数理ウェーブが行われていることを知っていますか。

- ①知っている 24人 (19.2%)
- ②知らない 98人 (78.4%)

B. これから数理ウェーブに参加する希望はありますか。

- ①ある 22人 (17.6%)
- ②ない 26人 (20.8%)
- ③わからない 73人 (58.4%)

C. これから数理ウェーブで行ってほしいテーマがあったら書いてください。

- 自由端反射と固定端反射が分かれておこるしくみ
- 差分と和文, 四次元, ゼータ (3)
- 積分可能性, 整数・素数,  $\int x^x dx$  は計算できるんですか?
- 特にありません。
- 解せき接続, 環・体論
- 星について
- コンピューター
- 球の連なり
- 円周率, 自然対数等の数学定数
- 四元数の掛け算する順番を変えると答えも違ってしまう理由
- 微分・積分がどれほど数学を変えたのか
- 無限について, 0で割りきるとは?
- 大学教養レベルの数学。話はとてもわかりやすかったが, 理解するだけで実用するのは到底先だと感じた。
- 次元, 無限, トポロジー
- 数学の「扉」
- ゼータ関数とガンマ関数
- ポアンカレ予想
- 図形に関するもの
- 複素関数論, ゼータ関数

8. その他, 感想があれば何でも結構ですから書いてください。

- 問題数が4問になっていて少し驚いた。今回も難しかったが, 楽しくとける問題だったと思う。
- 参加賞が年々しょぼくなっている。座席は後ろの方がよかった。問題の意味がかなりわかりにくかった。飲み物に差がある。お茶よりジュースがいい。
- 以前, 問題数が3問の時に参加したことがあるのですが, そのときに比べ問題がだいぶ易しくなっている気がしました。少しでもいいから, 頭が煮えたぎるような難問を解きたいです。
- 1番2番はできましたが, 3番はほとんど手がつけられず, 4番も一瞬出来そうだったけど難しく, あまりできなかった。でも, こんなふうに分けるか解けないかの境にある問題の方が楽しいです。家で考えようと思います。
- 今回が初めてだったのですが, とてもおもしろかったです。ありがとうございました。
- 問2は片付きそうな感じでしたが, 他の問題は厳しいです。

- 数理ウェーブを名古屋大学だけでなく、他の大学でも開催してほしい。
- とても有意義な時間であった。
- 今年の問題はほとんどわからなかった。
- 数学にはヒラメキも必要と改めて感じた。
- ジュニアから数えて4回目になりますが、今回は全て共通問題だったのにも関わらず、少し難しめな印象を受けました。自分が図形に弱いので、精進してまた来年も楽しもうと思っています。
- 若干意味のわからない問題があった。これが数学！という問題ばかりだった。
- ほとんどの問題があまりわからなかったが、おもしろかった。
- 解答時間中に外に出てもいいようにしてほしいです。
- 時間がたっぷりあって、落ち着いて考え答えることができたのがとても良かったと思う。
- 普通のテストは答えを出しても合っているかどうか検算しないと不安だが、今回の数学コンクールは考え方が評価されると聞いたので、精神的に余裕を持って取り組めた。
- 今回の第2問目がとても好きです。このような問題をもっと解きたいと思いました。逆に図形的な問題が多すぎるとも思いました。
- とても難しかった半分、学校とは違って楽しかった。
- 問題文の内容で少し読み取りにくい部分もあったが、それ以外は楽しく解答することが出来ました。次回の数学コンクールにも是非参加したいと思いました。
- やっぱり楽しいもんですね。
- 取り組み易いものから文面からさっぱりわからないものまであった。また参加したい。
- 楽しかったです。
- 頭が痛くなった～
- とても楽しく勉強できました。ありがとうございました。
- 問題の出し方はそれほど難しくなかったが、考えれば考えるほど奥の深い問題だと思った。
- 難しいです。
- 考えていて楽しかったものが多かった。難しかったけど、その中にも解けたものもあって楽しかった。
- 初めて参加したが、非常に難しい内容で圧倒された。問2,4は若干楽しみつつ解けた。
- 昨年と比べ問題が1つ多いので、どれから手をつけようか、と考えるのも楽しかったです。高校3年ですから来年は出場出来ませんが、最後に4問とも答えられてよかったです。いい思い出になりました。
- 疲れた。
- 今年は4問ともジュニアとの共通問題でしたが、やはり全て共通にするのはあまり良くないと思います。どうしてもクイズ的な要素が入るので、経験を積んできたシニアの人の中には全問完全解答をすることが出来る人もいたのではないのでしょうか。昨年までの1問と言うのもまた少なすぎて難ありという感じですが。参加者の年齢を考慮すると4問中1,2問はシニアとジュニアで分けるべきだと思います。問題3,4は中学生以下には少し難しい内容だったと思いました。あと、個人的には昨年までの解放感が薄まっている気がしました。
- 面白かったです。約6時間が短く感じました。日本語が難しいです。
- 楽しい問題をありがとうございました。昨年よりとっつきやすい問題だったと思いました。
- 「難しい数学の問題を解いている」というよりは「難しいパズルを解いている」という感覚で面白かったです。数学に対するイメージが面白いものからより面白いものに変った気がします。またこういう機会があれば参加したいと思っています。
- 学校とはまたちがう視点から数学に取り組むことが出来てとても良かったです。
- 想像などが必要な問題で、かなり難しかった。学校で習ったことが全く通用しなくて大変だったが、

その分予備知識などが必要なく、誰でも挑戦できるのはいいなと思った。

- これで2回目の参加となります。去年と同様、関心の持てる素晴らしい問題であったと思います。来年も参加しようと思います。
- 楽しかったです。
- 数学が好き、とは、数学を解く過程が好き、と同値ととらえてよいのでしょうか。
- とにかく面白かったです。時間が短く感じました。
- 問題はとても難しかったですが、考えていて面白い問題が多くやりがいがありました。
- 時間が多く、焦ることなく考えることができ、良かったと思います。
- 学校の授業とは全く違う形式の問題で、解法が思いつかないものも多くあったが、楽しむことができた。
- 問題2の問題の意味が分かりづらかった。
- 「10時受付開始」、「10時までに会場に」と書かれていて分かりにくかった。
- 数独び理論化について。解が存在する条件、解を導く公式について等々・・・
- 難しい問題がたくさんあった。
- 疲れたけど斬新な問題が多かった。
- メール参加したはずなんです、参加してないことになっていたので、どうかしてください。
- 疲れましたが、楽しく出来ました。
- 難しい内容ではありましたが、次回も挑戦したいと思います。
- 難しかった。
- 1, 3が難しかった。でも、面白かった。
- 地学（天文学）が全然わからなかった。
- 今回、初めて数学コンクールに挑戦しました。なかなか難しくて少しとまどってしまいました。数学にはこのような問題もあるのだなあと感じることができました。

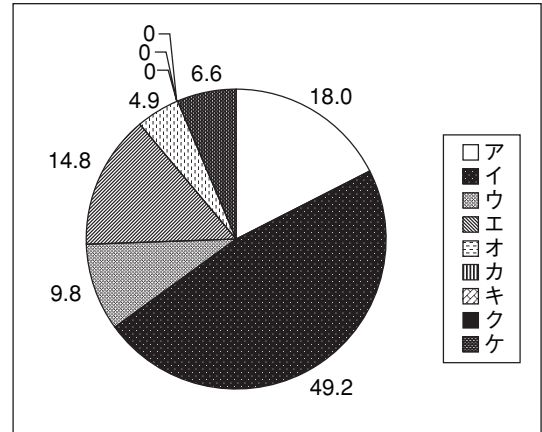


## 第 13 回日本ジュニア数学コンクール

アンケート総数 61

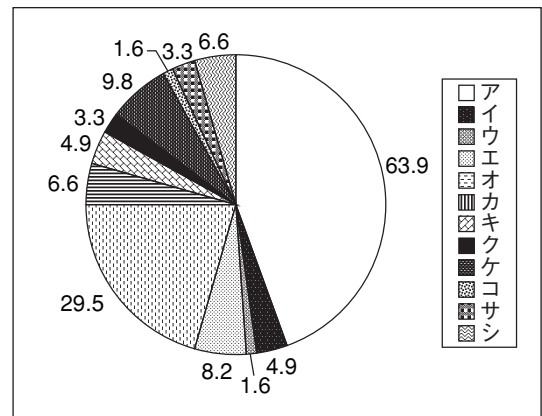
### 1. 今回のコンクールの開催については、どのようにして知りましたか。

ア. 学校の掲示を見て	11 人 (18.0%)
イ. 先生から	30 人 (49.2%)
ウ. 友人から	6 人 (9.8%)
エ. 両親から	9 人 (14.8%)
オ. 兄弟姉妹から	3 人 (4.9%)
カ. 新聞で	0 人 (0.0%)
キ. ラジオ・テレビで	0 人 (0.0%)
ク. 雑誌で	0 人 (0.0%)
ケ. その他	4 人 (6.6%)
○東海中学・高校のオープンス クールの議演	1 人 (1.6%)
○インターネット	1 人 (1.6%)
○学校で配布されたプリント	1 人 (1.6%)
○知らなかった	1 人 (1.6%)



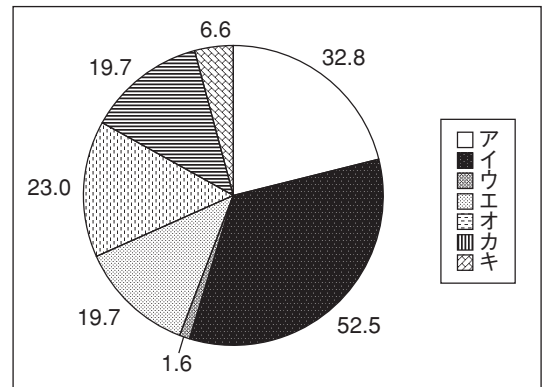
### 2. 今回のコンクールを受けようと思ったきっかけは何ですか。

ア. 数学が好きだから	39 人 (63.9%)
イ. 数学が好きになりたいと思ったから	3 人 (4.9%)
ウ. 数学が苦手だから	1 人 (1.6%)
エ. 以前参加して有意義だったから	5 人 (8.2%)
オ. 先生に進められたから	18 人 (29.5%)
カ. 両親に進められたから	4 人 (6.6%)
キ. 友人に誘われたから	3 人 (4.9%)
ク. 名古屋大学のキャンパスに関心があったから	2 人 (3.3%)
ケ. 何となく興味があったから	6 人 (9.8%)
コ. 参考書持参が自由だから	1 人 (1.6%)
サ. コンクールの雰囲気を味わいたいから	2 人 (3.3%)
シ. その他	4 人 (6.6%)
○母親に勧められた	2 人 (3.3%)
○自らの力量を知っておきたいから	1 人 (1.6%)
○賞に入れば高校受験で役立つから	1 人 (1.6%)



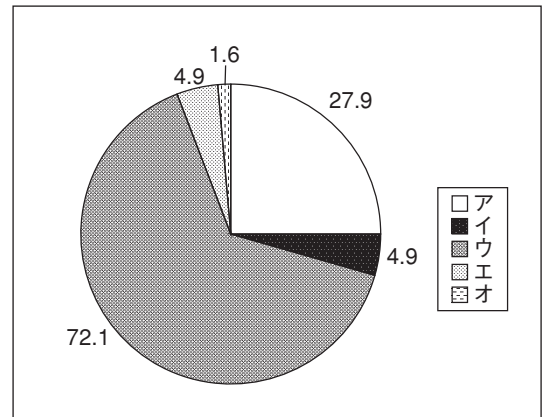
3. 今回のコンクールの問題については、どのように感じましたか。

ア. 問題が難しいと思った	20人 (32.8%)
イ. 問題は難しいけれど楽しかった	32人 (52.5%)
ウ. 問題が難しいと思わなかった	1人 (1.6%)
エ. 学校での問題とは、かなり内容が違うと思った	12人 (19.7%)
オ. 数学の学問的広さを感じた	14人 (23.0%)
カ. 問題の意味が分かりにくい	12人 (19.7%)
キ. その他	4人 (6.6%)
○見たことのある問題もあったが、アレンジされていて面白かった	1人 (1.6%)
○1, 3, 4が難しく感じた	1人 (1.6%)
○説明する問題が多かった	1人 (1.6%)



4. 今回のコンクールに参加して、今後のことをどう思いますか。

ア. 勉強の励みになると思う	17人 (27.9%)
イ. 今後の進路を考える参考になると思った	3人 (4.9%)
ウ. 数学に対するイメージがこれまでより広がった	44人 (72.1%)
エ. 数学に対するイメージがこれまでより悪くなった	3人 (4.9%)
オ. その他	1人 (1.6%)
○もっと数学の力を付けたいと思った	



5. 数学以外の分野でも同じようなコンクールがあったらよいと思いますか。あれば、それはどのような分野ですか。

1位 物理	10人 (16.4%)
2位 化学	6人 (9.8%)
3位 理科	4人 (6.6%)
3位 科学	4人 (6.6%)
5位 歴史	3人 (4.9%)
6位 生物	2人 (3.3%)
6位 漢字	2人 (3.3%)

\* その他 (各1名ずつ)

○確率, 英語, 論理, 国語, 天文, 数学パズル

6. 今までで何か数学に関する本で特に興味を持って読んだものがあつたら書いてください。

1位 フェルマーの最終定理	4人 (6.6%)
2位 数の悪魔	3人 (4.9%)
3位 博士の愛した数式	2人 (3.3%)

\* その他 (各1名ずつ)

- 暗号の整数論
- $\pi$ の話
- 型破りな数学
- 空想科学読本1～5
- 数学者のアタマの中
- 数学物語
- なぜ初等幾何は美しいか
- ニュートンの特集の「虚数」
- ブルーベックスの100の難問

7. 数学コンクールには、これに関連したフォローアップセミナーを「数理ウェーブ」という名で、名古屋大学1号館509講義室で開催しています。講演者はすべてボランティアであり、参加料は無料で、10月から再開します。参加資格は数学が好きであればどなたでも全く自由で、今まで開催された「数理ウェーブ」には小学生からお年寄りまで参加していただいております。この中から問題作成のヒントが得られることもあります。数学コンクールにチャレンジした後、数学のいろんな話題にふれてみませんか。今年開催のテーマは次のとおりです。

開催日	4月25日(土)	「有限ゲームの必勝法」 「ガウスからの手紙」
	5月23日(土)	「素数定理と関数論」 「虚数次元について」
	6月27日(土)	「階乗とガンマ関数」 「岡の上空移行」

A. 数理ウェーブが行われていることを知っていますか。

- ①知っている 5人 (8.2%)
- ②知らない 56人 (91.8%)

B. これから数理ウェーブに参加する希望はありますか。

- ①ある 14人 (23.0%)
- ②ない 8人 (13.1%)
- ③わからない 39人 (63.9%)

C. これから数理ウェーブで行ってほしいテーマがあったら書いてください。

- 三次元上の関数について 2人 (3.3%)
- 平面, 立体について 2人 (3.3%)
- \*その他 (各1名ずつ)
- 因数分解について
- 黄金比
- 完全数について
- 整数論
- 正多面体について, 準正多面体について
- パラドックスについて

○複素数

8. その他、感想があれば何でも結構ですから書いてください。

- 数学を5時間30分も考えられるのはうれしいです。個々の答案に講評があれば良いと思います。
- 分かる問題もありましたが、分からない問題の方が多かったです。頭を使いました。
- 題目などに分けてほしい。もっと計算などに時間がかかる問題を出してほしい。
- どの問題も面白いものだったので、考えるのが楽しかった。
- 検索エンジンで数学コンクールのサイトがなかなか出てこなかった。
- パソコンなどに問題集、過去の問題を分かりやすく載せてほしいと思いました。
- 問題文に（例：～～）ということを書いてもらいたかった。
- 問1は地学の要素が入っている気がする。この前行われた同朋高校・大学、豊正中学校のサマーセミナーに出て、数学なり何なりを行われてみては。
- 普通学校では計算ばかりだが、今回の数学コンクールの問題を解いて、理科という分野も入ってくるのか、と思った。私の知らない言葉がいっぱい出て来て、問題文が理解できない一面もありました。
- とても難しかったけど、普段授業ではやれないような問題があり、問題を解いているととても面白かったです。
- 3番はとても難しかった。
- これからも数学コンクールに出る機会があれば出てみようと思いました。問題文の表現がよくわからなかったりした所があったので、もう少し読んでわかりやすい表現にしてもらえると嬉しいです。
- クイズみたいな問題で数学というイメージがなくて楽しかったです。
- 公式を考えて決まった物にあてはめる事がないので、問題を解く上での考え方などが本当に幅広く想像して考えられるようになったと思います。難しいと思っていたけど、一問一問に楽しく取り組むことができすぎてすごくよかったです。
- 予想以上に難しくほとんどわかりませんでした。
- 自由に休憩をとっていい所が良かった。
- 楽しかったので、これからも数学コンクールに出てみたいと思いました。
- 私は学校の追究活動で、関数が現在2次元上でしか扱われておらず（中学の内容だからかもしれませんが）3次元ではどのようなグラフを示し、一、二次元関数に限らず $n$ 次関数ではどうなるのかなど、論文としてまとめています。数理ウェブで参考になりものがひらいていただければありがたいです。（中学生の知識でも一二分に理解できる内容）
- 初めてコンクールをやってみて問題が難しく、私自身頭の回転もそんなによくはないから、問題を見た時「うわっ、なにこれ」と思いました。でも、学校にはないような問題なので面白かったです。
- 問題で文を書く、証明問題をもっと多くしてほしい。また、図形問題を多くしてほしい。
- コンクールの問題は難しかったけど、問題が解けた喜びを味わえました。ありがとうございます。
- 難しく、まともに答えられた問題はないけれど、また来年も来たいと思えた問題でした。もう一度勉強してまた来たいです。ありがとうございます。
- 冷房が強すぎて寒かった。問題文が少し分かりにくい所があった。
- 数学でこんなに悩んだのは初めてだし、こんなことも初めて（コンクール）だったけど、有意義だったのでまた挑戦したいです。
- 非常に難しい問題だったので、解ききれなかったけど、家で再度挑戦したい。
- 問題が面白かった。勉強嫌いだけど、これなら楽しくやれた！
- 思っていたよりも速く解けた。

- 球を実在に使えたところがよかった。
- 数理ウェーブは面白そうだと思います。都合が合えばぜひ参加しようと思います。
- やっていて楽しく感じました。問題の意味が少しわかりにくい所もあったけど、ずっと考えているとちょっとずつひらめいてきました。問題をじっくり考え、解けた時の達成感も数学の面白みのうちの1つだということを改めて実感しました。
- 全然できなかった。

# 日本数学コンクール委員会名簿

顧問	伊藤正之 堀内守	中部大学副学長 名古屋大学名誉教授 名古屋大学名誉教授
参与	柴田録治	愛知教育大学名誉教授
会長	渡辺芳人	名古屋大学副総長
副会長	大沢健夫	名古屋大学多元数理科学研究科教授
運営委員会		
委員長	渡辺芳人	名古屋大学副総長
副委員長	松原達夫 安本雅洋	三重県数学と数学教育を考える会会長 名古屋大学情報科学研究科教授
委員	河村嘉生 岩本隆宏 土岐慎一 丹羽一雄 服部保孝 樋口英次 大沢健夫 堀内守 吉田興治 深川久	岐阜県立岐阜北高等学校教諭 三重県立水産高等学校教頭 岐阜県立多治見北高等学校教諭 愛知県立一宮西高等学校教諭 愛知県立昭和高等学校教頭 愛知県立瑞陵高等学校教諭 名古屋大学多元数理科学研究科教授 名古屋大学名誉教授 三重県立鳥羽高等学校教諭 大阪府立大手前高等学校教諭
財務委員会		
委員長	樋口英次	愛知県立瑞陵高等学校教諭
事務局	大江尚美 山川明美 松川和彦	名古屋大学研究協力部社会連携課課長補佐 名古屋大学工学研究科社会連携室主幹 元・名古屋大学工学研究科総務課長

# 日本数学コンクール問題作成委員会名簿

委員長	安本雅洋	(名古屋大学情報科学研究科 教授)
副委員長	松原達夫	(三重県数学と数学教育を考える会 会長)
委員	伊藤正之	(中部大学副学長 名古屋大学名誉教授)
	大沢健夫	(名古屋大学多元数理科学研究科 教授)
	伊師英之	(名古屋大学多元数理科学研究科 准教授)
	鈴木紀明	(名城大学理工学部 教授)
	太田稔	(愛知教育大学 名誉教授)
	高田宗樹	(岐阜医療科学大学保健科学部 准教授)
	岩本隆宏	(三重県立水産高等学校 教頭)
	奥田真吾	(三重県立津高等学校 教諭)
	河村嘉生	(岐阜県立岐阜北高等学校 教諭)
	高原文規	(愛知県立瑞陵高等学校 教諭)
	土岐慎一	(岐阜県立多治見北高等学校 教諭)
	西岡孝昭	(三重県立津東高等学校 教諭)
	丹羽一雄	(愛知県立一宮西高等学校 教諭)
	野村昌人	(愛知県立一宮興道高等学校 教諭)
	服部保孝	(愛知県立昭和高等学校 教頭)
	樋口英次	(愛知県立瑞陵高等学校 教諭)
	深川久	(大阪府立大手前高等学校 教諭)
	村田英康	(愛知県立高蔵寺高等学校 教諭)
	渡辺喜長	(愛知県旭丘高等学校 教諭)
	田所秀明	(三重県立津西高等学校 教諭)
	松岡泰之	(三重県立上野高等学校 教頭)
	竹内英人	(名城大学理工学部 准教授)
	小島彰二	(東海学園東海高等学校 教諭)
	久末正樹	(岐阜県立山県高等学校 教諭)
	青木勝人	(愛知県立瑞陵高等学校 教諭)
	児玉靖宏	(愛知県立鳴海高等学校 教諭)
	松川和彦	(名古屋大学工学研究科 元総務課長)
	山川明美	(名古屋大学工学研究科社会連携室主幹)
	大江尚美	(名古屋大学社会連携課課長補佐)



# 主 催

日本数学コンクール委員会  
名古屋市千種区不老町 名古屋大学内  
日本数学コンクール委員会会長 渡 辺 芳 人

## 後 援

愛 知 県 教 育 委 員 会	岐 阜 県 教 育 委 員 会
三 重 県 教 育 委 員 会	大 阪 府 教 育 委 員 会
名 古 屋 市 教 育 委 員 会	大 阪 市 教 育 委 員 会
愛 知 県 高 等 学 校 数 学 研 究 会	岐 阜 県 高 等 学 校 数 学 教 育 研 究 会
三 重 県 高 等 学 校 数 学 教 育 研 究 会	大 阪 高 等 学 校 数 学 教 育 会
中 日 新 聞 社	N H K 名 古 屋 放 送 局
東 海 テ レ ビ 放 送 株 式 会 社	テ レ ビ 愛 知 株 式 会 社

## ■ ■ ■ 編 集 後 記 ■ ■ ■

数コンは第20回という大きな節目を超えました。それを受け、名古屋大学の高橋誠理事の主導で新しい運営体制作りが進んでいます。ところが最初の高橋提案の中に「日本数学コンクール」の名称を「名古屋数学コンクール」に改めるという項目が。さすがに各方面から猛反発がありこの項目は没になりましたが、30周年を迎えられるようにと新機軸とスタッフの充実等を含む面目の一新を図っています。今年度は数コン当日に高橋理事と渡辺副総長が、表彰式には濱口総長が来臨。縁は奇なものといいますが、濱口総長が三重県の伊勢高校出身であり、第1回の立ち上げ以来数コンを引っ張ってきた松原達夫氏の生徒であられたことも判明しました。

(O生記)