2016

日本数学コンクールのまとめ

第27回　日 本 数 学 コ ン ク ー ル
第20回　日本ジュニア数学コンクール

－平成28年８月７日実施－

第17回　日本数学コンクール論文賞

日本数学コンクール委員会

名 古 屋 大 学

目　　　　次

１．はじめに
コンクールとオリンピック--１
日本数学コンクール委員会委員長（名古屋大学研究担当理事）國枝　秀世

２．日本数学コンクール開催の趣旨---２

３．講評と解説
⑴ ２０１６年日本数学コンクール問題の狙いと全体講評--３
実行委員会委員長　　宇澤　達
⑵ 日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール共通問題の解説-----------------------------５
問題１「正多面体を多面的に考える」
実行委員会委員　小島　彰二，渡辺　武志，渡辺　喜長，青木　勝人
服部　展之，川上　祥子，山内真澄美
⑶ 日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール共通問題の解説---------------------------１０
問題２「サイクリングロードの数理設計」
実行委員会委員　高田　宗樹，花薗　　誠，田地　宏一，西村　治道
高木由起子，矢野　秀樹
⑷ 日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール共通問題の解説---------------------------１６
問題３「ステレオ図法」
実行委員会委員　林　　正人，伊師　英之，野村　昌人，村田　英康

⑸ 日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール共通問題の解説---------------------------２１
問題４「$\sqrt{2}$ をめぐって」
実行委員会委員　宇澤　　達

⑹ 日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール共通問題の解説---------------------------２５
問題５「花火の場所取り」
実行委員会委員　鈴木　紀明，奥田　真吾，岩本　隆宏
田邉　　篤，小倉　一輝
⑺ 日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール論文賞の解説-------------------------------３３
テーマ１「逆ピタゴラス数」　　　　実行委員会委員　鈴木　紀明
テーマ２「群れの話」　　　　　　　実行委員会委員　小島　彰二
テーマ３「自由課題」　　　　　　　実行委員会委員　伊師　英之，宇澤　達

４．受賞者一覧
第２７回日本数学コンクール受賞者一覧---４３
第２０回日本ジュニア数学コンクール受賞者一覧--４６
第１７回日本数学コンクール日本ジュニア数学コンクール論文賞受賞者一覧------------------４９

５．日本数学コンクール参加状況
第２７回日本数学コンクール参加状況一覧--５０
第２７回日本数学コンクール参加校一覧---５２
第２０回日本ジュニア数学コンクール参加状況一覧---５３
第２０回日本ジュニア数学コンクール参加校一覧--５５

６．参加者アンケート調査結果---５６

〇委員会名簿

〇主催、後援団体一覧

〇編集後記

１．はじめに

コンクールとオリンピック

日本数学コンクール委員会委員長　國　枝　秀　世
（名古屋大学研究担当理事）

本年平成 28 年度、名古屋大学主催の第 27 回日本数学コンクール、第 20 回日本ジュニア数学コンクールが無事開催されたこと嬉しく思います。今年も大勢の小中高生の皆さんが全国から参加してくれました。日頃見た事もない問題に出くわし、わくわくしながら挑戦してくれたとすれば嬉しい限りです。そうした問題を考えて頂いた出題委員の先生方、開催にあたってご協力頂いた関係者の皆様に主催者を代表して心から御礼を申し上げます。

近年、あちこちの分野で◎◎オリンピックと銘打って高校生の国内大会、世界大会が開かれています。しかし、名古屋大学で主催している数学「コンクール」はこれらと一線を画すものだと思います。その名のとおりオリンピックでは試験時間を限って得た解答を採点して順位を決めているようです。しかし我が数学コンクールでは自由な時間を与え、むしろ独創的で面白い、エレガントな解答に大賞を差し上げています。自分で問題を作ったり、他の人と議論したり、これこそ本当に数学を楽しむスタイルだと考えています。これは大学の入学試験と、実際の数学の研究の違いに似ているかも知れません。前者は一定の学力を認定するのが目的ですし、後者は自由な発想を引き出すのが目的です。

最近のこのコンクールの出題では身の回りの題材を取り上げたものが多い様に思います。そうです。世の中には数学が満ち溢れています。挑戦した皆さんはその楽しみを知る幸運に恵まれたのだと思います。そして素晴らしい発想を示し、今回受賞の栄に輝いたみなさんおめでとうございます。このコンクールのこれまでの受賞者は様々な分野に進んで活躍をしており、それに続いてくれることを祈っています。勿論、数学の研究者になった方も居ますが、むしろその数学の力を様々な分野に活かしている人が多いと言って良いと思います。

名古屋大学にある 2008 ノーベル賞展示室に入るとすぐに目に入ってくるのが「自然に学ぶ」と言う標語です。奥に進むとオワンクラゲから緑色に発光するタンパク質を見つけた下村脩先生の色紙にも同じ言葉を書いて頂いています。野依先生の鏡像対称の分子の作り分け方も、益川先生、小林先生の６個のクォークも、赤﨑先生、天野先生の青色に光る窒化ガリウムも自然に隠された仕組みや隠された力を、これらの先生方が人類で初めて気がついたものだと思います。私の専門である天文学は当然としても、数学も同じではないかと思います。自然は美しい数学の真理をずっとずっと以前から作って、皆さんが気付くのを待ってくれているのだと思います。この受賞を励みとして身の回りに潜む数学の美しい姿を見つける姿勢を保ち続けて欲しいと思います。あらゆる対象、現象の中に自然が用意している数学の美しい姿を見つける楽しみ、すなわち数を楽しむ数楽をこれからも目指して下さい。

２．日本数学コンクール開催の趣旨

開催の趣旨

今日世界はいろいろな意味で大きな転機に立っています。産業技術の高度化や高度情報化の技術革新は急速な進展を見せていますが，反面，人口爆発，エネルギー問題，環境汚染等人類がかつて経験したことのない複雑多岐にわたる課題に直面しています。このような問題を解決し，将来にわたって人類社会の発達と繁栄を享受していくためにも，総合的，学際的な学術研究の振興が必要です。このことは，必然的に汎科学性を有する数学の一層の飛躍とそれによる新しい科学の発展が求められており，それを支える優れた数学的思考力を持ち，探求心と創造性豊かな人材の育成が急務となっています。

このような情勢にかんがみ，新しい科学と技術の開拓を担う夢とロマンを秘めた青少年の発掘，伸長を図っていくため，中・高校生を対象に，平成 2 年度から「日本数学コンクール」を，同 9 年度からは「日本ジュニア数学コンクール」を，同 12 年度からは「論文賞」を開催してきました。そして同 27 年度からは，協力して解を導き出せる人材の発掘・育成のため「団体戦」を導入しました。私ども委員会は今後とも数学コンクールを実施し，もって世界の学術研究進展の基礎形成に寄与していくものです。

特　色

◎自由にゆったり考える

一題に絞っての解答も可能です。参考書やノート等の持ち込みも自由です。途中，試験会場で昼食や飲み物などを自由に取ることができます。

◎楽しい数学の発見

学校における数学の教育課程，教科書にとらわれず，数学の本質に根ざした考えていて楽しい問題を提供します。数理実験も積極的に採り入れます。

◎多彩な才能の評価

優秀な能力をもった生徒，ユニークな発想をもった生徒等様々な参加者の才能を多面的に評価します。特定の一題に集中して素晴らしい発想を出した生徒も顕彰します。

◎優れた人材の育成

日本数学コンクール参加者の数学的な能力，資質を一層高めるために，定期的に，中・高校生を対象に数学の公開講座「数理ウェーブ」を開催しています。

なお，「数理ウェーブ」は一般の方々の参加も認めており，多数の参加があります。

３．講評と解説

（１）２０１６年日本数学コンクール問題の狙いと全体講評

日本数学コンクール実行委員会委員長　宇澤　達
（名古屋大学多元数理科学研究科教授）

問題1　「正多面体を多面的に考える」
正多面体の分類，特に正20面体，正12面体がすでにギリシア時代に知られていたことは驚くべきことです．自然界で実際に正12面体が発見されるのは，ウィルス，フラーレンなど，比較的最近のことです．液晶で正12面体の構造を持つものは，1981年に予想され，1984年に実際に発見したShechtmanは2011年にノーベル化学賞を受賞しています．

数学の中には，重要な具体例として様々な分野を創り出し，予想されていない関係を生み出すものがあります．正多面体はそのような具体例の一つです．オイラーの多面体定理はオイラー数などのちに代数的トポロジーと呼ばれる分野の母体となりました．高次元への拡張はコクセターにより精力的に研究が進められ，コクセター群の理論を生み出し，現在ではリー群の分類など，いろいろな分野で顔を出してきます．正多面体は三次元の回転群の有限部分群の分類とも関連があり，これらの有限部分群は正多面体群とよばれ，代数幾何などにも顔を出してきます．現在も精力的な研究が進められているMcKay対応はその一例です．

問題2　「サイクリングロードの数理設計」
カーブの曲がり方，数学的には曲率という概念の原型が登場します．曲率は「ハンドル」を回す速度，つまり曲線への法線がどのように動くか，で記述することができます．また，曲率が緩やかに増加するような曲線をオイラーは，長さに曲率が比例するような曲線として定義しました．これは，オイラー螺旋と呼ばれており，高速道路の設計，ジェットコースターの設計などに使われています．このような「現実」の問題から登場する曲線としては車輪の一点に着目した曲線はシッソイド曲線（音訳では疾走曲線！）が有名です．曲率は微分幾何という分野で大活躍しています．このような考え方はまた歯車の設計にも関係します．現在でもよくつかわれているインボリュート歯車はオイラーの発案によります．現在は3次元プリンターがあるので，みなさんの新鮮なアイデアから新しい歯車が発明されるのが楽しみです．

問題3　「ステレオ図法」
ステレオ図法は，長さを保存しないが，角度を保存する変換の代表例です．等角写像と呼ばれる変換です．非常に小さいところでみれば，円を円に移す変換となっており，回転とスカラー倍を合成したものになっています．従って等角写像を近似する際には，領域を様々な半径の円で埋め尽くすcircle packingが重要な手法となります．理論面でも，応用面でも活躍します．Rodin, Sullivan (1987)によってThurstonの予想を解決する形でリーマンの写像定理（うまく等角写像を構成する必要があります）の証明がなされてからの進展が著しいです．

問題4　「$\sqrt{2}$ をめぐって」
2の平方根を求める方法を，ユークリッドの互除法から出発する連分数による方法，バビロニア人が使ったと言われている方法で求める問題です．バビロニア人の方法はニュートン法として一般化され，二次収束するのが特徴です．小数点下n桁まで計算できていたら，次のステップでは2n桁まで正確な値が出ます．カントロヴィッチにより，収束範囲の評価をも含め，関数空間にまで拡張され，非線形問題の解析で活躍しています．連分数による展開は二次の無理数については非常に効率が悪くなることが知られています．連分数による展開は，ミンコフスキーによって一般化されています．

問題5　「花火の場所取り」
三角形分割は，三点測量の基本となる考え方です．ここではその数を問う問題で，カタラン数などが登場します．未解決の問題も登場しますが，果敢にチャレンジされた参加者が多く，感心しました．

以上すべての問題について、参加者の皆さん、よく頑張ってくださったと思います。

（２）日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール 共通問題第１問の解説

日本数学コンクール実行委員会委員
小島　彰二（愛知県立半田高等学校　教諭）
渡辺　武志（名古屋大学教育学部附属高等学校　教諭）
渡辺　喜長（愛知県立瑞陵高等学校　教諭）
青木　勝人（愛知県立瑞陵高等学校　教諭）
服部　展之（愛知県立明和高等学校　教諭）
川上　祥子（愛知県立春日井高等学校　教諭）
山内真澄美（愛知県立豊明高等学校　教諭）

問題１．「正多面体を多面的に考える」

正多面体については、ギリシャ時代より多くのことが知られてきました。ここでは正多面体を多面的に考えてみましょう。まず、正多面体の定義を確認しておきます。

次の条件を満たす凸多面体を正多面体という：
[1]　各面はすべて合同な正多角形である。
[2]　各頂点に集まる面の数はすべて等しい。
注）　平面だけで囲まれた図形を多面体とよび、へこみのない多面体を凸多面体という。

次の各問に答えてください。
(1) 正多面体は５種類しかないことを示してください。

(2) 正五角形を定規とコンパスのみで作図してください（分度器は使用不可）。なお、作図に際して利用した補助線等は消さずに残し、作図の手順を明記してください。

(3) 正多面体を作成する場合、画用紙に正多面体の展開図を描き、ノリシロを付けます。そのとき、次式が成り立つことを示してください：

ノリシロの数＝正多面体の頂点の数－１

(4) １つの頂点から出発し、一筆描きですべての辺と頂点を通過できる正多面体は存在しますか。根拠とともに明示してください。但し、一筆描きで、頂点は何度でも通過できるが、辺は１回のみ通過できるとします。

(5)　5 種類の正多面体が半径 1 の球に内接していると仮定します。このとき次表を完成してください。ただし、計算過程を残し、求めた過程を分かりやすく説明すること。

	正四面体	正六面体	正八面体	正十二面体	正二十面体
一辺の長さ					
体積					
中心から多面体の一つの面までの距離					
多面体の 1 つの面の面積					

(6)　(5)の表に好きな項目（複数可）を加えて，拡張してください。

解説と講評

(1)正多面体は 5 種類しかないことを示してください。

（解答例）m,nは正の整数とする。

正n角形の 1 つの内角の大きさは、

$$\frac{(n-2)\times 180^\circ}{n}$$

1つの頂点に集まる面の数をmとする。

正多面体が出来る必要十分条件は、

$$\frac{(n-2)\times 180^\circ}{n}\times m<360^\circ$$

これより、

$$(n-2)\times m<2n$$
$$mn-2m-2n<0$$
$$(m-2)(n-2)<4$$

以上より、起こりうる場合は、

$$(m,n)=(3,3)$$
$$(m,n)=(3,4)$$
$$(m,n)=(4,3)$$
$$(m,n)=(5,3)$$
$$(m,n)=(3,5)$$

の 5 通りである。上からそれぞれ、正四面体、正六面体、正八面体、正二十面体、正十二面体が対応する。

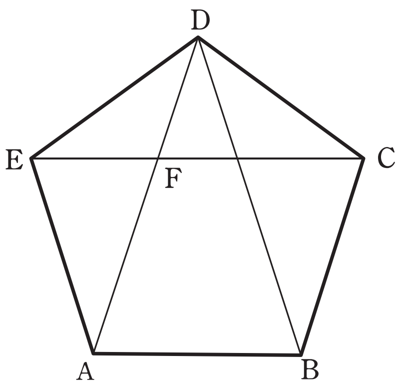
■

(2)正五角形を定規とコンパスのみで作図してください。（分度器は使用不可）なお、作図にさいして利用した補助線は消さずに残し、作図の手順を明記してください。

（解答例）

まず、正五角形の性質を調べよう。

下図の正五角形の一辺の長さを２とする。



正五角形の１つの内角は108°。

$\angle EDF = \angle FDB = \angle BDC = \angle EAF = 36°$

$\angle AEF = \angle AFE = 72°$より$AE = EF = 2$

$DF = x$とする。

$\triangle FDE \backsim \triangle AED$より、$ED : DF = DA : AE$

$2 : x = (x+2) : 2$　　　$x(x+2) = 4$

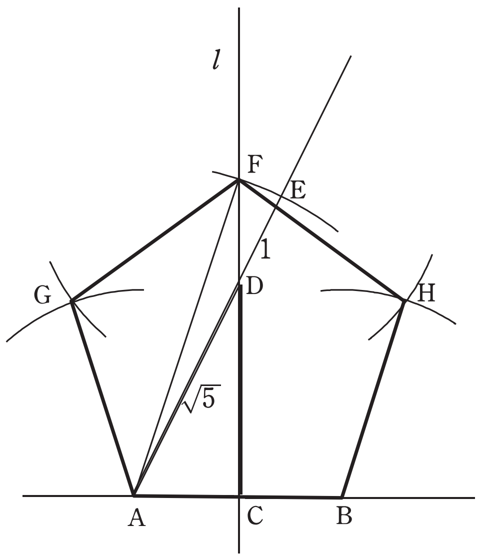
$x^2 + 2x - 4 = 0$　これを解くと、$x = -1 \pm \sqrt{5}$

$x > 0$　より　$x = -1 + \sqrt{5}$

$\therefore AD = AF + FD = 2 + (-1 + \sqrt{5}) = 1 + \sqrt{5}$

従って、対角線ADの長さ$1+\sqrt{5}$における$\sqrt{5}$をどのように作図するかがポイントとなる。

以上から、定規とコンパスによって、正五角形を作図すると以下の通りである。



①ABの垂直二等分線lを引く。

②ABの中点をCとする。

③AB=CDとなるl上の点をDとする。

④線分ADの延長上にAC=DEとなる点をEとする。

⑤点Aを中心とする半径AEの円とlとの交点Fとする。

⑥点Aを中心とする半径ABの円と
　点Fを中心とする半径ABの円との交点をGとする。

⑦点Bを中心とする半径ABの円と
　点Fを中心とする半径ABの円との交点をHとする。

⑧五角形ABHFGが求める正五角形である。

■

(3)正多面体を作成する場合、画用紙に正多面体の展開図を描き、ノリシロを付けます。そのとき、次式が成り立つことを示してください。

ノリシロの数＝正多面体の頂点の数－１

（解答例）

展開図を眺めてみると、展開図は平面で、かつ基本構成面（正三角形、正方形、正五角形）同士が辺で「連結」している。そこで連結数（連結部の辺の数）を次のように定義する。

連結数＝面の数－１　·····①

また、

ノリシロの数＋連結数＝辺の数　·····②

一方、オイラーの多面体公式から

辺の数＝頂点の数＋面の数－２　·····③

②より　ノリシロの数＝辺の数－連結数

＝辺の数－面の数＋１　（∵①）

＝頂点の数－２＋１　（∵③）

＝頂点の数－１　■

(4)１つの頂点から出発し、一筆描きですべての辺と頂点を通過できる正多面体は存在しますか。根拠とともに明示してください。但し、一筆描きで、頂点は何度でも通過できるが、辺は1回のみ通過できるとします。

（解答例）各頂点（ノード）から出ている辺の本数が、偶数の時、その頂点を「偶数点」、奇数の時、その頂点を「奇数点」と呼ぶことにします。
一筆描きが出来る必要条件は、次のいずれかが成り立つ時である。

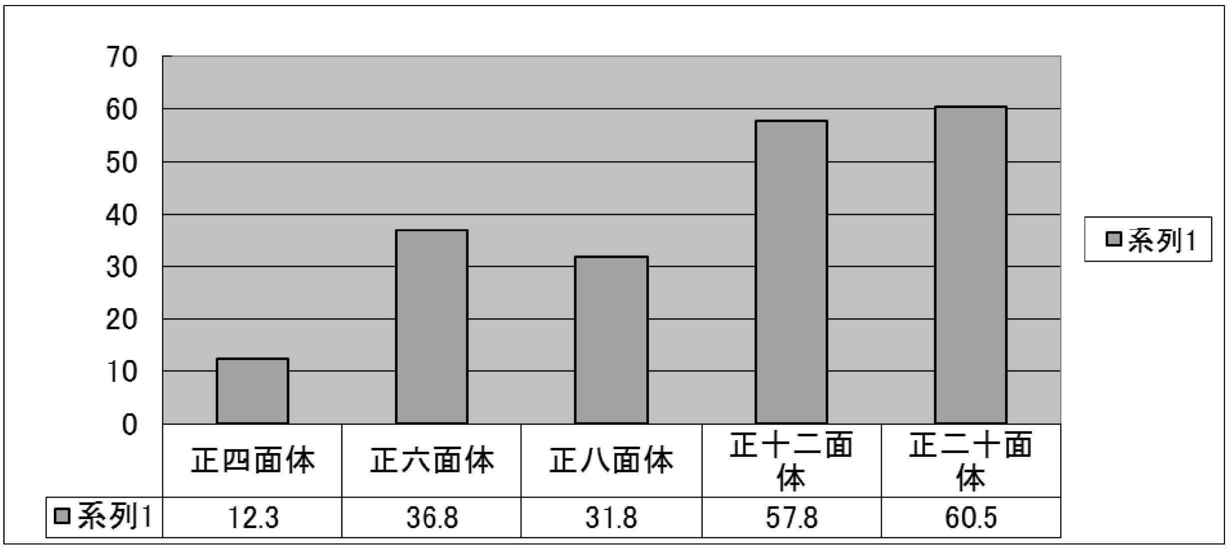
１．すべての頂点が「偶数点」である。
２．「奇数点」が２つあり、その他はすべて「偶数点」である。

正八面体はすべての点が「偶数点」であるから、１．の場合が成り立つので、一筆描きが可能である。それ以外の場合、各頂点がすべて「奇数点」であり、１．２．ともに成り立たないので、一筆描きは可能ではない。　■

(5) 5 種類の正多面体が半径 1 の球に内接していると仮定します。このとき次表を完成してください。
ただし、計算過程を残し、求めた過程を分かりやすく説明すること。

	正四面体	正六面体	正八面体	正十二面体	正二十面体
一辺の長さ	$\frac{2}{3}\sqrt{6}$	$\frac{2}{3}\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}(\sqrt{5}-1)$	$\frac{1}{20}(10-2\sqrt{5})\sqrt{10+2\sqrt{5}}$
体積	$\frac{8}{27}\sqrt{3}$	$\frac{8}{9}\sqrt{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{9}\sqrt{3}(13-3\sqrt{5})$	$\frac{2}{3}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$
中心から多面体の一つの面までの距離	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{60}(13-3\sqrt{5})\sqrt{10+2\sqrt{5}}$	$\frac{1}{240}(3+\sqrt{5})\sqrt{3}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$
多面体の 1 つの面の面積	$\frac{2}{3}\sqrt{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{5}}{6}\sqrt{10-2\sqrt{5}}$	$\frac{\sqrt{3}}{10}(5-\sqrt{5})$

(6) (5)の表に好きな項目（複数可）を加えて、拡張してください。
（解答例）　頂点の数、面の数、辺の数、その他が考えられますが、単位球に対する各正多面体の充填率を調べることが背景にありました。以下がその充填率です。



（３）日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール 共通問題第２問の解説

日本数学コンクール実行委員会委員

高田　宗樹（福井大学工学研究科　教　授）
花薗　　誠（名古屋大学経済学研究科　准教授）
田地　宏一（名古屋大学工学研究科　准教授）
西村　治道（名古屋大学情報科学研究科　准教授）
高木由起子（愛知県立東海商業高等学校　教　諭）
矢野　秀樹（愛知県立東海商業高等学校　教　諭）

問題２．「サイクリングロードの数理設計」

風に吹かれてサイクリングするのは気持ちのいいものです。ここでは、サイクリングロードを数学的に設計することにしましょう。問題を簡単にするために、サイクリングロードを曲線で表し、起伏を考えないものとします。また、サイクリングロードをゆっくりした一定の速度で走るものとします。このような条件下で、**図１** のように直進時における自転車のハンドルの位置から左に θ だけ回したまま一定に保つことによって、自転車は一定速度で円周上を走行することが知られています。**図２** は車軸間距離を $\ell = 1$ として、後輪がこの距離を進むごとに後輪の中心位置を $A_1, A_2, \cdots$ とプロットしたものです。回転角は反時計まわりを正とします。

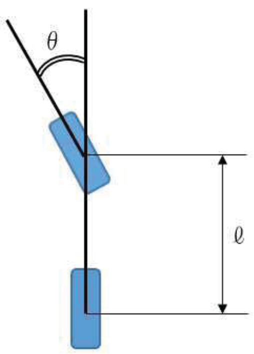


図１

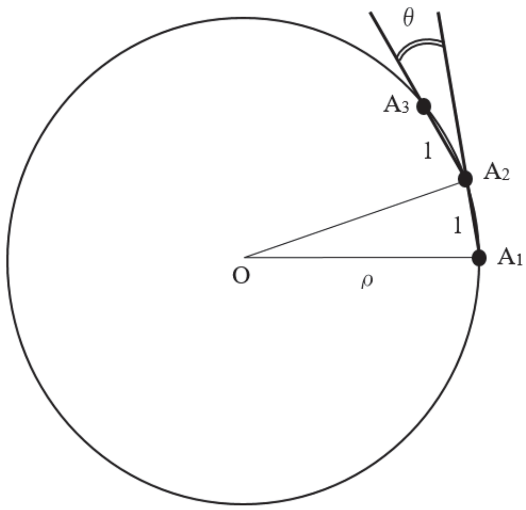


図２

(1) まず手ならしに、**図２** において円の中心を O として、$\angle A_1OA_2$ はどのような大きさになるかを考えてください。このとき、円 O の半径 ρ と θ との関係はどのようになるかを答えてください。

(2) 次に、**図３** のような進行方向を 90°回転するモデルケースを考えてみましょう。この経路は線分 OP, QB と円弧 PQ をつなぎ合わせてできています。直進時における自転車のハンドルの位置からの回転角 θ は、道のり s に沿ってどのように変化するかを**図４** に図示してください。

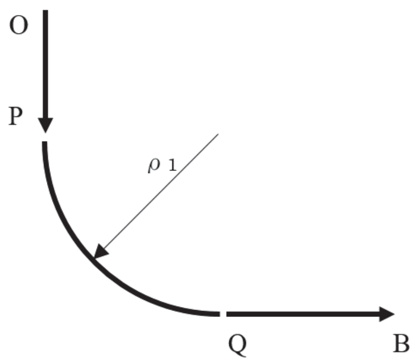


図 3 サイクリングロードのモデル

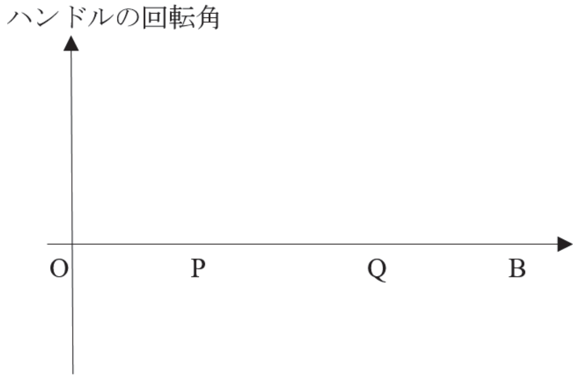


図 4　ハンドルの回転角

(3) 一方、曲線の「曲がり具合」を表す量に曲率があります。各点の「曲がり具合」を円で近似すると、円の半径 ρ が大きいほど「曲がり具合」は小さくなります。そこで、曲がり具合 κ を ρ の逆数で表すことにします。**図 3** のような円弧 PQ に進入する場合、曲がり具合 κ は道のり s に沿ってどのように変化するかを**図 4** にならって答えてください。

(4) (3)よりなめらかに曲がり具合が変化するようなサイクリングロードを提案してください。曲がり具合 κ と道のり s の関係、実際のサイクリングロードを表す曲線を描いて論述してください。

(5) 以上の数理設計が社会のどのようなところに応用できるのかを論じてください。

解説と講評

(1) まず手ならしに、**図 2** において円の中心を O として、$\angle A_1OA_2$ はどのような大きさになるかを考えてください。このとき、円 O の半径 ρ と θ との関係はどのようになるかを答えてください。

図 2 のように直線 OA_1 が円 O と交わる点を B とすると、$\angle A_1BA_3$ は弦 A_1A_3 に立つ 1 つの円周角です。四角形 $A_1BA_3A_2$ は円 O に内接するので、その内対角は 2∠R ですから、

$$\angle A_1BA_3 + \angle A_1A_2A_3 = 2\angle R \cdots\cdots ①$$

となります。一方、図 2 より、

$$\theta + \angle A_1A_2A_3 = 2\angle R \cdots\cdots ②$$

だから、①と②より、$\theta = \angle A_1BA_3$ を得ます。$\angle A_1OA_3$ は $\angle A_1BA_3$ の中心角だから、

$$\angle A_1OA_3 = 2\theta \cdots\cdots ③$$

となります。ここで、

$$\angle A_1OA_2 = \frac{1}{2}\angle A_1OA_3 = \theta \cdots\cdots ④$$

の関係に注意すると、扇形 OA_1A_2 において、$OA_1 \cdot \angle A_1OA_2 = \overset{\frown}{A_1A_2}$ だから、④を代入して、

$$\rho \cdot \theta = \ell(=1) \cdots\cdots ⑤$$

という関係が導かれます。つまり、$\rho\theta =$ 一定ということになります。

(2) 次に、**図 3** のような進行方向を 90°回転するモデルケースを考えてみましょう。この経路は線分 OP, QB と円

弧 PQ をつなぎ合わせてできています。直進時における自転車のハンドルの位置からの回転角 θ は、道のり s に沿ってどのように変化するかを**図 4** に図示してください。

点 O から出発して点 P までは直進するので、ハンドルの回転角はゼロです。この線分 OP の区間と同様に、線分 QB の区間においてもハンドルの回転角はゼロです。一方、$\overset{\frown}{PQ}$ の区間では⑤の関係式から、ハンドルの回転角は、回転角は反時計まわりを正として、

$$\theta = \frac{1}{\rho_1}$$

となります。

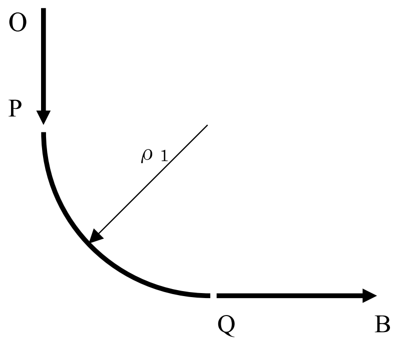


図 3 サイクリングロードのモデル

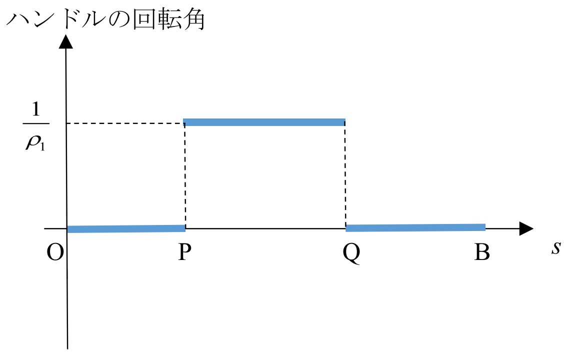


図 4　ハンドルの回転角

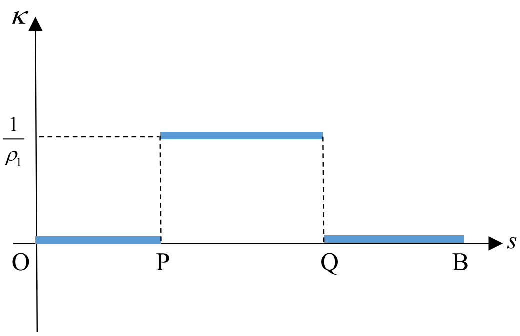


図 5　曲率の道のりに沿った変化

(3) 一方、曲線の「曲がり具合」を表す量に曲率があります。各点の「曲がり具合」を円で近似すると、円の半径 ρ が大きいほど「曲がり具合」は小さくなります。そこで、曲がり具合 κ を ρ の逆数で表すことにします。**図 3** のような円弧 PQ に進入する場合、曲がり具合 κ は道のり s に沿ってどのように変化するかを**図 4** にならって答えてください。

各点の「曲がり具合」を近似する円を接触円と言います。ここで、定義された曲率 κ は接触円の半径の逆数になりますから、$\overset{\frown}{PQ}$ の区間では $\kappa = \frac{1}{\rho_1}$ となります。また、線分 OP および QB の区間では、接触円の半径が無限に大きいことに注意すると κ はゼロになります。よって、曲がり具合 κ は道のり s に沿って**図 5** のように変化し、道のり s に沿って**図 4** と同相な変化をしています。つまり、設計されたサイクリングロードの「かたち」の影響

を受けて、私たちは自転車のハンドルを回転させていることになります。「数学の世界」から現実の世界に写しかえています。または、その逆ができるのです。

(4) (3)よりなめらかに曲がり具合が変化するようなサイクリングロードを提案してください。曲がり具合 κ と道のり s の関係、実際のサイクリングロードを表す曲線を描いて論述してください。

(3)でも述べましたように、数理設計を行う際は、

1) 現実の問題を数学的に定式化する。(現実→数学)
2) 数学的に問題を解く。
3) 現実の問題に応用する。(数学→現実)

のようなプロセスをふみますので、1)や3)にみられる翻訳に似た作業が重要です。

さて、**図 4** における点 P および Q では**不連続な変化**がみられ、私たちは、左に右に急ハンドルをきらなければなりません。逆に、急ハンドルをさせないためには、サイクリングロードの曲がり具合 κ は道のり s に沿って連続的に変化させないといけないことになります。そこで、**図 6** のように s に比例して曲率 κ を変化させて、サイクリングロードの曲がり具合を連続的に変化させることが考えられます。この場合、実際のサイクリングロードは、**図 3** の接触円の中心からみて多少膨らんだ形になります。

図 6 の点 P から P'にかけた連続的な変化は、「現実の世界」ではクロソイド曲線(**図 7**)

$$\mathbf{r}(s) = \left(\int_0^s \cos\frac{bu^2}{2}du, \int_0^s \sin\frac{bu^2}{2}du \right)$$

によって実現されます $(b > 0)$。なめらかな曲線の曲率 κ は、道のり s の２回微分の大きさで与えられることが知られていますので、$\kappa(s) \simeq |\mathbf{r}''(\mathbf{s})| = bs$ …⑤を得ます。ここでは、サイクリングロードをゆっくりした一定の速度で

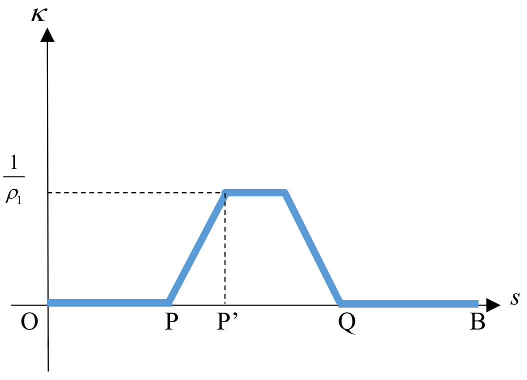


図 6　曲率を連続的に変化させた一例

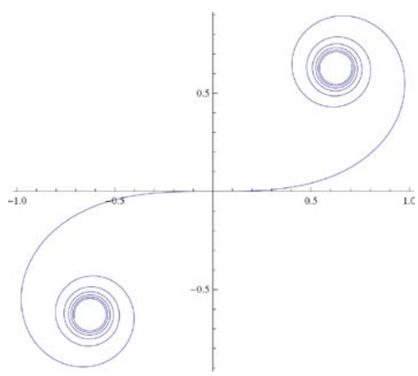


図 7　クロソイド曲線

走るものとしていますので、**道のり微分と時間微分とは等価なものになり、自転車の加速度制御**に関する物理的な議論をすることもできます。制御工学では、ジャーク(加加速度、躍度とも呼ばれる)といった高次微分の連続性、つまり点 P や Q における接続のなめらかさが要求されることがあります。そこでは、**図 6** の点 P から P'にかけた連続的な変化は、改良の余地があり、高次曲線やシグモイド曲線、ガウス曲線などを対応させたりすることが考えられます。

⑥式から類推できますが、曲率からもとの曲線 $\mathbf{r}(s)$ を導くためには積分を計算するなどの必要があり、一般的

には難しいことが多いですが、個人戦では独自に曲率を与えて、「現実の世界」にみられる曲線を探求している答案がみられました。特に、田中哲平君（三重県立四日市高校３年）と西村祐輝君（愛知県立旭丘高校３年）の答案が優れていました。

(5) 以上の数理設計が社会のどのようなところに応用できるのかを論じてください。

身近な教育現場では、雲形定規というものがあります(図 8)。これは、さまざまな曲率をもつ曲線からなる定規で、曲線を描くのに用られます。通常は数枚の定規がセットになっており、引きたい曲線に合った部分を選んで利用します。

新潟県南魚沼郡湯沢町・群馬県利根郡みなかみ町の境を越える峠である三国峠付近の国道は、古くは三国街道として江戸と越後を結ぶ主要な街道でした。建設省三国国道工事事務所(当時)は、自動車交通時代に対応する道路に改良するために、昭和 27 年より工事に着手しました。この区間は、小さな接触円半径をもつ曲線が連なる山岳道路のため、車両が安全かつ快適に走行できるように、道路の直線部と曲線部の間に、緩和区間としてクロソイド曲線を導入しました。

図 8 雲形定規

図 9 コースターの軌道

図 10 愛知県長久手市を走るリニモの軌道

宙返りコースターの宙返り部分の形状をよく見ると、クロソイド曲線になっているようです。**お客さんへの負荷だけではなく、レールやコースター(図 9)への負荷も考慮されている**と考えられます。その他のクロソイド曲線の応用例としては、高速道路・鉄道の軌道(**図 10**)・日本の競馬場のカーブの部分などがあります。

※補遺

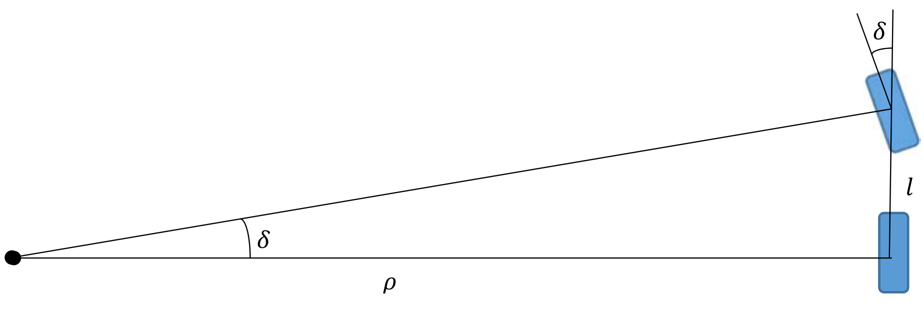
自動車が走行中にハンドルをきった場合、タイヤにコーナリングパワーが発生し、それによって車体の回転トルクが発生するので、これらを記述すると自動車の進行方向の変化は 2 階微分方程式で表されます。これは複雑になってしまいますが、車輌が一定の速度で一定の半径の円周上を走行する「定常円旋回」の場合では、走行速度V，角速度r，円の半径ρ，前輪の実舵角δの間に以下のような関係があるそうです[1]。

$$\rho = \frac{V}{r} = \left(1 - \frac{m}{2l^2}\frac{l_f K_f - l_r K_r}{K_f K_r}V^2\right)\frac{l}{\delta}$$

ただし、mは質量、lはホイールベース、K_f, K_rは前後輪のコーナリングパワー、l_f, l_rは重心から前後輪車軸までの距離を表しており、これらの値によってオーバーステアやアンダーステアになります。とくに$V \approx 0$と見なせるようなゆっくりした速度の場合にはV^2の項を無視することで、

$$\rho \simeq \frac{l}{\delta}$$

となります。これは、以下の単純な幾何学的な図に示すような関係になります。同じ半径の道を通る場合でも、ママチャリと三輪車ではハンドルの角度が異なるということですね。



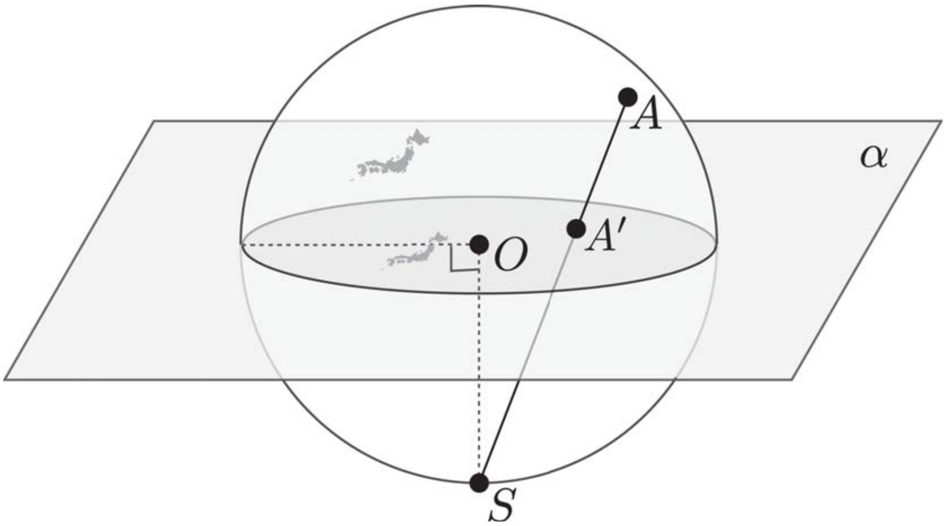
参考文献

[1] 安部正人 「自動車の運動と制御［第二版］」 山海堂 (2003 年)

（4）日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール 共通問題第３問の解説

日本数学コンクール実行委員会委員　林　正人（名古屋大学多元数理科学研究科　教　授）
伊師　英之（名古屋大学多元数理科学研究科　准教授）
野村　昌人（愛知県立旭丘高等学校　教　諭）
村田　英康（愛知県立高蔵寺高等学校　教　諭）

問題３．「ステレオ図法」



地球儀の南極を S, 赤道を含む平面を α とします．北半球の点 A に対し, 直線 AS と α との交点 A' を対応させることによって, 北半球の地図が平面 α 上に描かれます．このような地図の描き方はステレオ図法または平射方位図法とよばれています．この図法は，正角（すなわち北半球における角度と，対応する α 上の地図における角度は常に等しい[注]）であり，円は円として描かれる（すなわち北半球上の円に対応する α 上の図形は, やはり円である）ことが知られています．とくに後者の性質から全てのクレーターが円形に描けるため，月面の地形図にも利用されます．

地球儀は歪みのない完全な球体であるとして, 以下の小問に答えてください（順番に解答する必要はありませんし，循環論法にならない限り別の小問の主張を仮定して解答することを認めます）．

(1) 北半球上で２点 A, B を結ぶ曲線のうち最も短いものは大円（地球儀の中心 O を中心とする球面上の円）の弧であることが知られています．この大円の弧 $\overset{\frown}{AB}$ に対応して, 地図上で A' と B' を結ぶ曲線を描く方法を与えてください．

(2) 北半球上の２点 A, B の距離（弦 AB の長さ）は地図上の A' と B' から次の式で計算できることを示してください：

$$AB = \frac{2OS^2}{\sqrt{OS^2 + (OA')^2}\sqrt{OS^2 + (OB')^2}} \times A'B'.$$

(3) 問題文の中で述べた図法の二つの性質（正角性と，円が円に対応すること）を数学的に証明してください．

(4) あなたは地図作成会社の営業部であるとします．この図法の利点をできるだけアピールしてください．この図法の新しい数学的性質を見つけること（そして証明すること）は，もちろん大変有利になります．

注）一般に１点で交わる２本の曲線のなす角度は，それぞれの曲線の交点での接線同士がなす角度のこととします．

解説と講評

問題文にあるように考えやすい順番で解答してよいので，ここでは始めに (2) の関係式を示します．地球の中心 O は平面 α 上の点ですが，それに対応する北半球の点は北極 N です（図 1 参照）．このとき三角形 SNA と三角形 $SA'O$ は直角三角形で互いに相似です．よって $SN : SA' = SA : SO$ から $SA \cdot SA' = SN \cdot OS$，すなわち

$$SA \cdot SA' = 2OS^2 \tag{ア}$$

が分かります．同様に B' と B についても $SB \cdot SB' = 2OS^2$ が成り立つから，$SA \cdot SA' = SB \cdot SB'$ より $SA : SB' = SB : SA'$．これから三角形 SAB と三角形 $SB'A'$ は相似です（図 2）．したがって (ア) から

$$AB = \frac{SA}{SB'} \times A'B' = \frac{2OS^2}{SA'SB'} \times A'B' = \frac{2OS^2}{\sqrt{OS^2 + (OA')^2}\sqrt{OS^2 + (OB')^2}} \times A'B'$$

となり，(2) の関係式が得られました．

次にステレオ図法の正角性を示します．点 A において北半球上の曲線 γ_1 と γ_2 が交わるものとし，それぞれの曲線の A における接線を m_1, m_2 とします．問題文にあるように曲線 γ_1 と γ_2 のなす角は，直線 m_1 と m_2 のなす角として定義します．直線 m_i $(i = 1, 2)$ と平面 α の交点を P_i とすると γ_1 と γ_2 のなす角は $\angle P_1AP_2$ です．一方 γ_1, γ_2 のステレオ図法による像 γ_1', γ_2' の A' での角度は $\angle P_1A'P_2$ ですから，正角性を示すには $\angle P_1AP_2 = \angle P_1A'P_2$ を確かめればよいことになります．なお，直線 m_i が平面 α と平行の場合には議論が成立しないのですが，その場合は m_i が α と交わるように曲線 γ_i をほんの少し動かして下記の議論を適用し，その微小変化の極限として平行な場合の正角性を証明することができます．

さて，図 3 は点 S と直線 m_1 を含むような平面 β_1 上での各点の位置関係を表したものです．ここで円 C_1 は平面 β_1 と地球との交線で，直線 n_1 は平面 β_1 と平面 α との交線です．円 C_1 と直線 n_1 の 2 つの交点は赤道上にありますから，S との距離は両方とも $\sqrt{2}OS$ です．よって S を通る円 C_1 の直径 SR_1 と直線 n_1 とは垂直に交わります（点 R_1 は北極 N とは限りません）．接線 m_1 と弦 AR_1 との角を θ_1 とすると，円周角 $\angle ASR_1$ も θ_1 だから $\angle AA'P = 90° - \theta$．一方

$$\angle A'AP = 180° - \angle R_1AS - \theta = 90° - \theta.$$

よって三角形 P_1AA' は二等辺三角形で $AP_1 = A'P_1$ となります．接線 m_2 についても同じ議論の結果, $AP_2 = A'P_2$ がわかります．これから三角形 AP_1P_2 と $A'P_1P_2$ は合同で，したがって $\angle P_1AP_2 = \angle P_1A'P_2$ が成り立つので正角性は示されました．

次に北半球上の円が平面 α 上の円に対応することを証明します．点 A が南半球の点のとき, 直線 SA と α との交点を A' とすると，北半球の点について (ア) を証明したのと類似の議論から $SA \cdot SA' = 2OS^2$ がわかります（図４参照）．より一般に, 空間の点 A（ただし $S \neq A$）に対し，半直線 SA 上の点 A' で (ア) の関係式 $SA \cdot SA' = 2OS^2$ をみたすものを対応させることを反転操作とよぶことにしましょう．これまでの議論により，反転操作によって南極 S を除く地球上の点は平面 α 上の点に対応することがわかります.

反転操作によって S を通らない球面 ω に対応する図形を ω' とすると，実は ω' も S を通らない球面になります（図５）．実際，ω 上の点 A_1 に対応する点を A_1' とし，直線 SA_1 が ω と交わる点を A_2 とすると，方ベキの定理から $SA_1 \cdot SA_2$ は A_1 によらず一定の値 k になります．一方 $SA_1 \cdot SA_1' = 2OP^2$ だから $\frac{SA_1'}{SA_2} = \frac{2OP^2}{k}$ （一定）．したがって A_1' のなす集合 ω' は A_2 のなす集合 ω と S を中心とする相似の関係にあることになり，ω' は球面であることが分かりました.

北半球上の円 C は，S を通らない適当な球面 ω と地球との交線ですから, C のステレオ図法による像 C' は平面 α と球面 ω' の交線であり，したがって円となります.

最後に (1) を考えましょう．点 A, B を結ぶ大円の弧をステレオ図法でうつした像を作図する問題です．まず A', B' と O が同一直線上にある場合，これは A, B を通る大円が S を通るということと同値ですが，このとき弧 AB の像が線分 $A'B'$ になることは直ぐに分かります.

これ以外の場合に A, B を通る大円を C とし，これを S を通らない適当な球面と地球との交線と考えれば，C の像 C' は円になることが先述の議論から分かります. 地球の中心 O に関する A の対蹠点を $\tilde{A}$ とすると（つまり $A\tilde{A}$ は地球の直径），大円 C は $\tilde{A}$ も通ります．したがって大円の像 C' は，点 A', B' および対蹠点の像 $\tilde{A}'$ を通る円として描くことができます（図６）．なお，一般に A を通る地球上の大円のステレオ図法による像は, A' と $\tilde{A}'$ を通る円です.

図７において $\angle\tilde{A}'SA' = \angle\tilde{A}SA$ は直角だから直角三角形 $A'OS$ と $SO\tilde{A}'$ は相似です．よって $OA' : OS = OS : O\tilde{A}'$ だから $OA' \cdot O\tilde{A}' = OS^2$．したがって図８のように平面 α 上で赤道の直径 Q_1Q_2 を任意にとり，３点 Q_1, O, Q_2 を通る円と直線 OA' との交点をとると，それが $\tilde{A}'$ となります．実際, 方ベキの定理より $OQ_1 \cdot OQ_2 = OS^2 = OA' \cdot O\tilde{A}'$ だからです.

兒玉太陽君（海陽中等教育学校・中学３年）は正角性を除く３つの問題全てに，反転操作のアイディアを用いて，ほぼ完全な解答を与えました．しかも説明は簡潔かつ明快に書かれていて大変素晴らしい答案でした．神田秀峰君（海陽中等教育学校・高校２年）も (2) の公式を正しく証明していました．崔承仁君（海陽中等教育学校・中学１年）は,『北半球上の三角形 ABC と対応する α 上の三角形 $A'B'C'$ は（２）の公式により対応する辺の長さの比が一定だから相似，よって正角性が従う』という議論を展開しました.（２）の公式をみると比の値 $\frac{A'B'}{AB}$ は A' と B' に依存するの

で，このままでは議論は正しくないのですが，大変面白い発想です．実際 A, B, C が互いに「無限小の近さ」にあるとすれば論理を正当化でき，そのアイディアは角度を保存する（現代数学では「正角性」の代わりに「等角性」や「共形性」という言葉を使います）変換の研究においては基礎的なものです．そのほか，林達也君（一宮工業高校２年）と大野敦士君（恵那高校１年）の答案にも興味深いアイディアがありました．

最後に，この文章に出てきた反転操作について説明を補足します．一般に点 E を中心とする半径 r の円周または球面に関して２点 A, A' が反転の関係にあるとは，$EA \cdot EA' = r^2$ かつ A と A' が E を端点とする同一の半直線上にあることをいいます．この言葉を用いれば，これまで考えてきた「ステレオ図法」および「反転操作」は，Sを中心とする半径 $\sqrt{2}OS$ の球に関する反転であるということができます．なお，直線を「無限遠点を通る円周」とみれば，反転の関係は, 直線を軸とする線対称の関係の自然な一般化と考えられます．反転に関しては様々な定理が知られており，実は複素関数論とも深い関係にあります．勉強すればするほど面白く感じられる題材です．

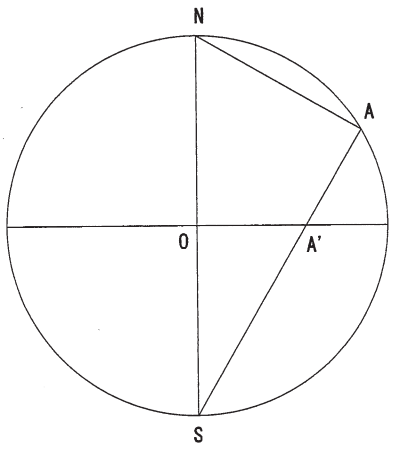


図１

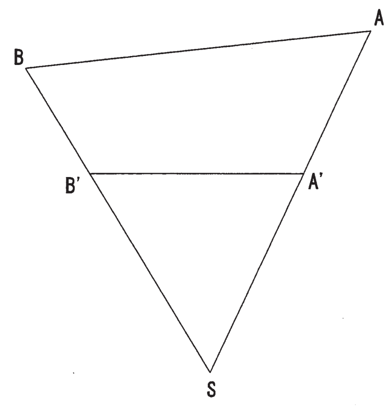


図２

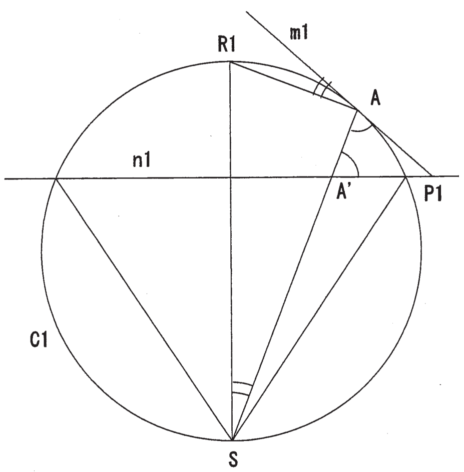


図３

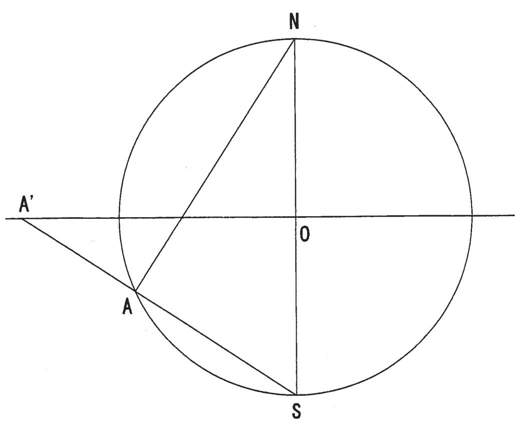


図４

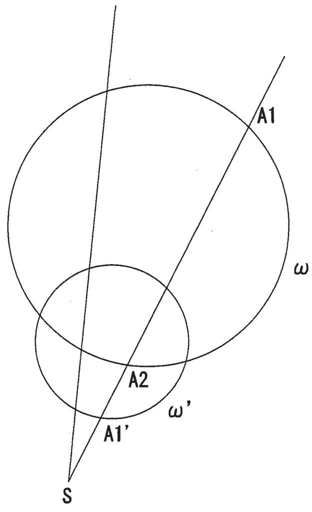


図５

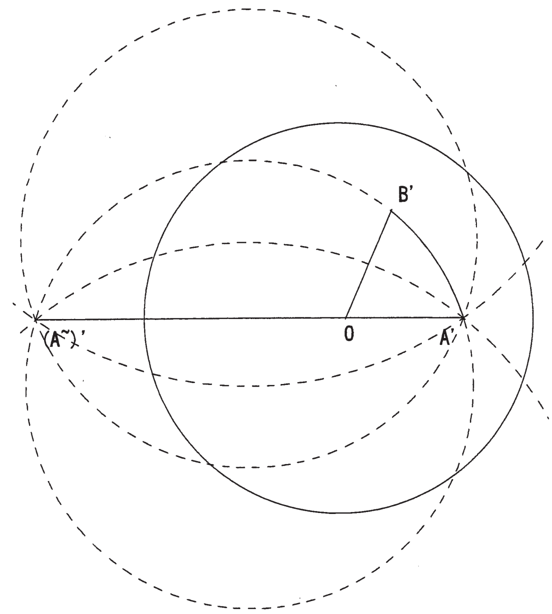


図６

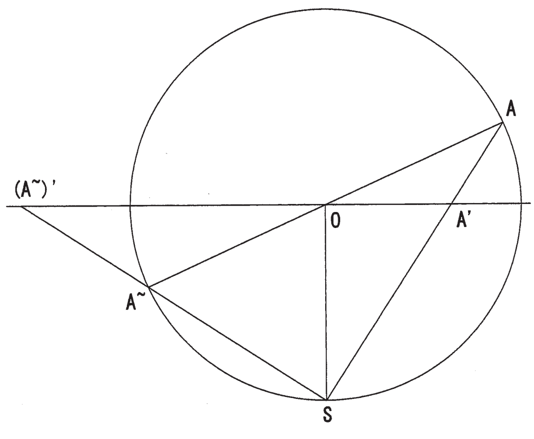


図７

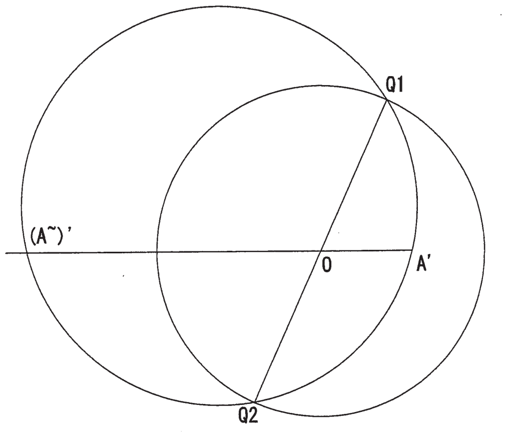


図８

（５）日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール
共通問題第４問の解説

日本数学コンクール実行委員会委員　　　宇澤　　達（名古屋大学多元数理科学研究科　教授）

問題４．「$\sqrt{2}$ をめぐって」

古代社会の人々は，その土地の有力者（王や領主）の手や足の長さを単位にして，ものの長さを測っていました（その名残はフィートやインチといった単位として現在でも見ることができます）．当然，異なる地域では単位も異なるため，時として単位同士の関係を把握して数値を換算する必要が生じます．いま二つの地方における 1 単位の長さを, それぞれ A, B（ただし $A \neq B$）として次のような操作を考えます．

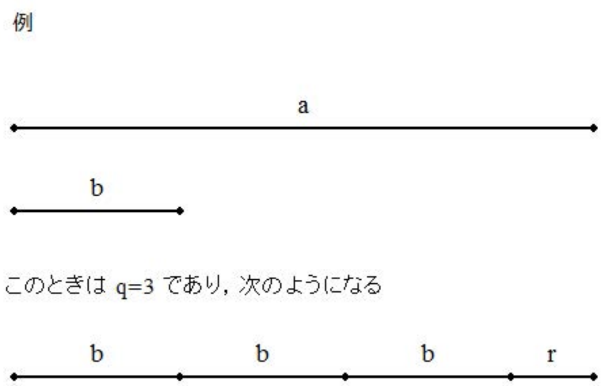
（ア）A, B のうち大きい方を a, 小さい方を b とする．

（イ）a が b の整数倍であれば，$C = b$ として終了．

（ウ）a と b の整数倍との差 r が b より小さくなるようにする．つまり $a - qb = r$ かつ $0 < r < b$ となるような整数 q と正数 r をとる（下図の例を参照）．

（エ）a, b にそれぞれ b, r を代入して（イ）にもどる．

この操作によって得られた長さ C によって, もともと与えられた A, B は $A = nC,\ B = mC\ \ (n, m$ は整数) と表されます．これにより A, B という長さを単位にして測った数値を， C という第三の単位で測った数値に換算することは容易にできる（それぞれ n 倍, m 倍すればよい）ので，何かと便利なわけです．



(1) 1 フィートは 30.48 cm, 1 メートルは 100 cm であることを踏まえて, $A = 30.48$, $B = 100$ とします．（ア）〜（エ）の操作を実行して C を求めてください．

(2) 下線部を数学的に証明してください．さらに C は, A と B を整数倍として表すもののなかで最大であることも証明してください．

(3) A と B の比の値が無理数ならば,（ア）〜（エ）の操作は止まらない（よって C が求まらない）ことを示してください．

(4) たとえば $A = \sqrt{2}$, $B = 1$ のときに，操作は止まらないのですが，敢えて途中で打ち切ることによって $\sqrt{2}$ の近似値を求めることができます．その方法を考えて，実際に近似値を求めて下さい．次の式（連分数展開）が参考になるかもしれません：

$$\sqrt{2} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \ddots}}}.$$

古代メソポタミアでは，(4) とは別の発想で $\sqrt{2}$ の近似値を求めました．すなわち，正数 a を一つとって，
（あ）a と $\frac{2}{a}$ の平均を b とする．
（い）a に b を代入して（あ）にもどる．
という操作をします．一般に，この操作はいつまでも繰り返されますが，操作の途中に現れる数は $\sqrt{2}$ にどんどん近づいていきます．

(5) 下線部を数学的に説明してください．
(6) (4) と (5) の二つの方法の優劣を比較してください．
(7) $\sqrt{2}$ 以外の無理数を，同様の方法で求めることはできるでしょうか．

解説と講評

この問題は $\sqrt{2}$ を求める問題です。この問題の歴史は古く、例えば紀元前 1600 年から 1800 年のものと考えられるバビロニアの粘土版には一辺が 1 の正方形の対角線が $\sqrt{2}$ であることの幾何的証明と小数点下 5 桁まで正しい近似値

$$1+\frac{24}{60}+\frac{51}{60^2}+\frac{10}{60^3}=1.4142129629\cdots$$

が記載されています。

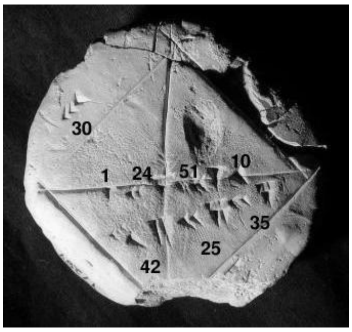


図 1　YBC 7289

最初の問題はユークリッドの互除法と呼ばれる方法の直観的な説明を行っています。この方法はさまざまなところで活躍する方法で、1 変数多項式のなす「環」、ガウスの整数環 ($\{a+b\sqrt{-1} \mid$ a と b は整数 $\}$) でも成り立つ方法です。ギリシャ人はすべての実数が有理数であると信じていた形跡があり、この直観は近似的には正しいのですが、$\sqrt{2}$ は有理数とはならず、ユークリッドの互除法を 1 と $\sqrt{2}$ の組に適用すると操作が終わりません。この方法を用いると、連分数展開に導かれる方法です。

もう少し詳しく説明しますと、$\sqrt{2}$ を 1 ではかれば、$\sqrt{2}=1+\alpha$ となり、$\alpha<1$ という余りがでます。そこで、α で 1 を測れば、

$$\frac{1}{\alpha}=\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\sqrt{2}+1=2+\alpha$$

となります。α がまたでてきているのでこの操作を繰り返すと、

$$\sqrt{2}=1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cdots}}}$$

となります。この表示を連分数表示とよびます。

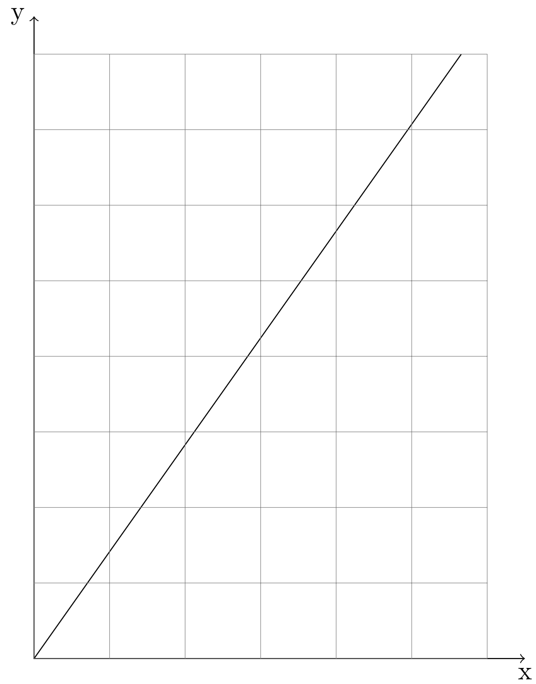
この表示はまた、

$$f(x)=1+\frac{1}{x+1}$$

を繰り返し $f\circ f\circ\cdots\circ f(1)$ 適用していることに相当しています。繰り返した結果収束する先が f の不動点 $f(x)=x$ となっていのです。$f(x)=x$ を解けば、$x^2=2$ を得るので、$\sqrt{2}$ の近似値が得られることがわかり

ます。計算機で $\cos(x) = x$ の解を求めるのに、cos キーを繰り返し押すとだんだん収束していく様子をみることができます。

連分数表示は次のような幾何的な意味をもっています。途中ででてくる近似分数は、$y = \sqrt{2}x$ にもっとも近い格子点を順番にたどっていくことに相当しています。



バビロニア人は実際にはつぎのようにして $\sqrt{2}$ を求めたとされています。まず、ある数 $a < \sqrt{2}$ から出発しましょう。このとき、$\sqrt{2} < \frac{2}{a}$ となります。そこで、$a_0 = a, b_0 = \frac{2}{a}$ とおくと、a_0 と b_0 の相加平均 $\frac{a_0+b_0}{2}$ を取れば、これはより $\sqrt{2}$ に近くなります。相加平均と相乗平均の間の関係を使えば、$\frac{a+2/a}{2} \geq \sqrt{a(2/a)} = \sqrt{2}$ ですから、$b_1 = \frac{a+2/a}{2}$ と置き、$a_1 = \frac{2}{b_1}$ と置けば $a_0 \leq a_1 \leq b_1 \leq b_0$ となります 。ここでまた相加平均と相乗平均の間の関係により、$\frac{a_1+b_1}{2} \geq \sqrt{a_1 b_1} = \sqrt{2}$ となります。そこで、また $b_2 = \frac{a_1+b_1}{2}$、$a_2 = \frac{2}{b_2}$ によって定義すれば、$a = a_0 \leq a_1 \leq a_2 \leq \sqrt{2} \leq b_2 \leq b_1 \leq b_0$ となります。この操作を繰り返して、$b_{n+1} = \frac{a_n+b_n}{2}$、$a_{n+1} = \frac{2}{b_n}$ と定義すれば、

$$[a_0, b_0] \supset [a_1, b_1] \supset \cdots \supset [a_n, b_n] \supset [a_{n+1}, b_{n+1}] \supset$$

と区間の縮小列が得られ、

$$|b_n - a_n| = |b_0 - a_0| \frac{1}{2^n}$$

ですから、$\lim |b_n - a_n| = 0$ となり、実数 $\alpha = \lim_{n\to\infty} a_n = \lim b_n$ が確定します。$\alpha = \frac{2}{\alpha}$ より、$\alpha^2 = 2$ が得られることになります。

実際に $a = 1$ として $b_{n+1} = \frac{b_n+2/b_n}{2}$ を計算をしてみれば、[*1]

$$1.5,\ 1.4166666\cdots,\ 1.41421356237469、1.414213562373094,\ 1.414213562373094$$

[*1] このような計算は RPN(reverse polish notation) 機能をもっている電卓で行うのが簡単である。

となり、4 回以降は変化しません。つまり、小数点下１４桁正しい数字が得られたと考えられる。近似がきわめて早くおこっていることは、次のようにして確かめることができます。

$$b_{n+1} - \sqrt{2} = \frac{b_n^2 - 2\sqrt{2}b_n + 2}{2b_n} = \frac{(b_n - \sqrt{2})^2}{2b_n} < \frac{(b_n - \sqrt{2})^2}{2}$$

つまり、誤差が 10^{-3} であれば、次の段階では、10^{-6} になってしまうのです。このような収束を二次収束とよびます。

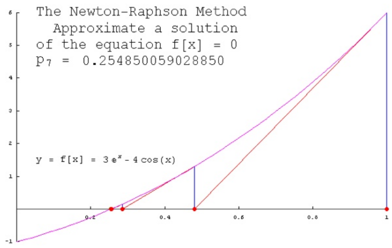


図 2　Newton 法

ここで述べたバビロニア人の方法は、幾何的には、次のようにして $f(x) = 0$ の根の近似値を求めることと同等であることがわかっています。これを Newton 法とよび、非線形方程式を解くための強力な方法です。

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

この一般式は、$f(x) = x^2 - 2$ と置けば、$f'(x) = 2x$ ですから、

$$x_{n+1} = x_n - \frac{x_n^2 - 2}{2x_n} = \frac{2x_n^2 - x_n^2 + 2}{2x_n} = \frac{x_n + 2/x_n}{2}$$

となります。これはバビロニアの方法になります。

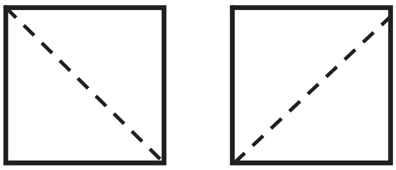
（６）日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール 共通問題第５問の解説

日本数学コンクール実行委員会委員
鈴木　紀明（名城大学理工学部　教授）
奥田　真吾（三重県立津・津西高等学校　講師）
岩本　隆宏（三重高等学校　講師）
田邉　篤（三重県立津高等学校　教諭）
小倉　一輝（三重県立上野高等学校　講師）

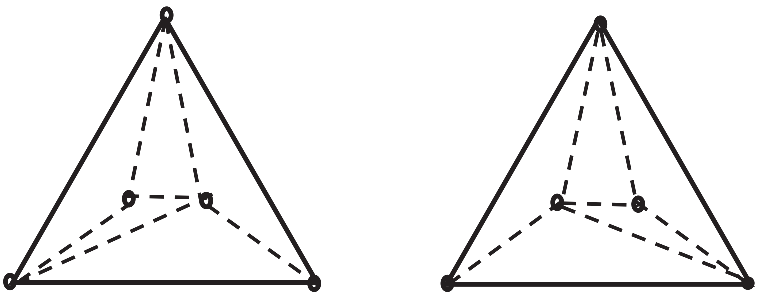
問題５．「花火の場所取り」

正ｎ角形の頂点にくいを打って、辺をひもで囲まれた見学スペース内にさらにm本のくいを打ちます。合計ｎ＋m個の点を交差することなくひもで結んで、小３角形に分割する場合の数は何通りあるでしょう。内部のくいの位置をいろいろ変えて、その最大を考えます。

（１）内部にくいがなくて、正ｎ角形の頂点を辺以外でもひもで結んで小３角形に分割する方法を A_n 通りとします。例えば、正４角形は、以下の２通り（$A_4 = 2$）です。正５角形や正６角形は何通りでしょう。すなわち A_5，A_6 を求めてください。



（２）正３角形内にm本のくいを打って、小３角形に分割する方法が何通りあるかを考えます。例えば、くいが２本のときは以下の２通りですが、３本以上のときはくいの位置によって分割の方法の数は変わります。m本の内部のくいの位置をいろいろ変えた場合の、分割する方法の数の最大値 B_m を求めてください。



（３）正４角形内にm本のくいを打って、小３角形に分割する方法が何通りあるかを（２）と同様に考えます。m本の内部のくいの位置をいろいろ変えた場合の、分割する方法の数の最大値 C_m を求めてください。

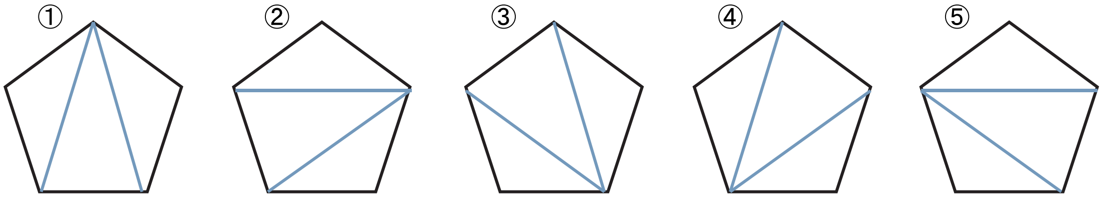
（４）適宜多角形や分割のルールを変えて、ある一定のルールの下での分割の値を求めてください。

解説と講評

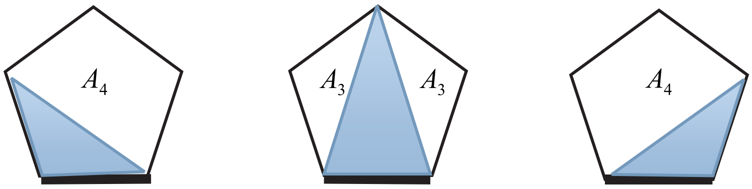
この問題の分野は、３角形分割と呼ばれ、凸多角形においてはその分割する方法の総数が既に決定されており、カタラン数と呼ばれています。ベルギーの数学者 E.C.Catalan(1814－1894)が凸多角形を３角形に分割する方法として発見しました。(1)の問題がそれに当たり、正多角形は凸多角形であるので、カタラン数を求めてもらったことになります。カタラン数については、いろいろな所に登場し、気付かれた方も見えるでしょう。R.P.Stanley のウェブページや著書には 214 の例が説明されています。例えば、トーナメント戦の総数、カッコの付け方、格子状の最短経路数、偶数の人が円になって手を交差させないで握手をする場合の数等です。

（１）正５角形の場合は、各頂点から対角線を２本ずつ引けるので、５通りあり、$A_5 = 5$ となります。

① ② ③ ④ ⑤

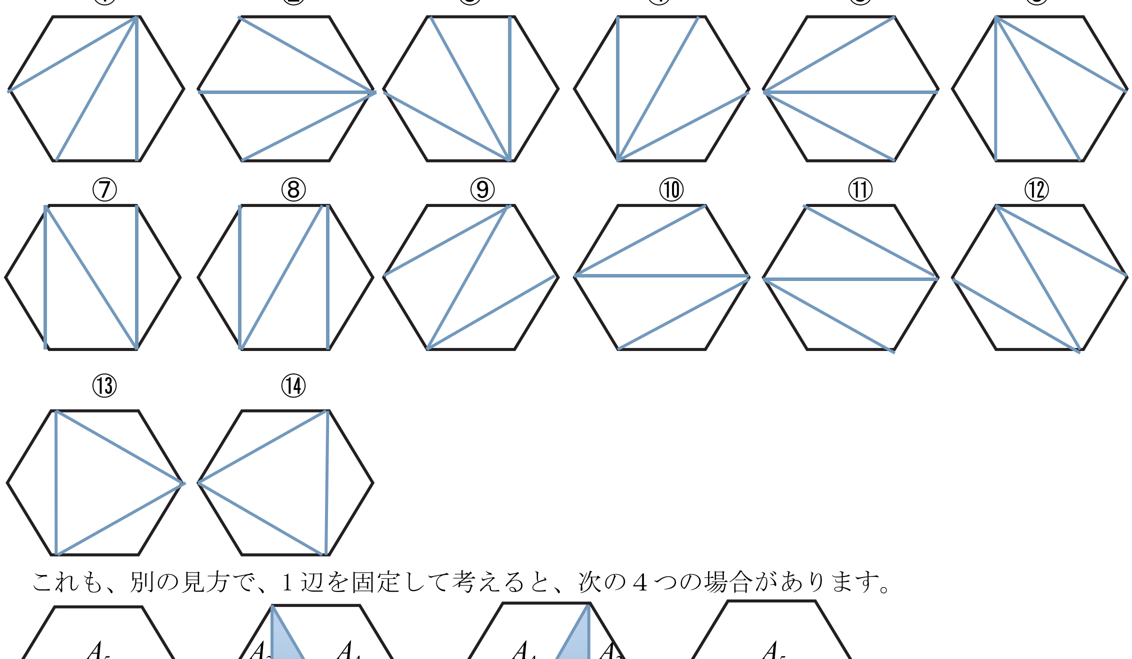


別の見方をしてみましょう。１辺を固定して考えると、次の３つの場合があります。

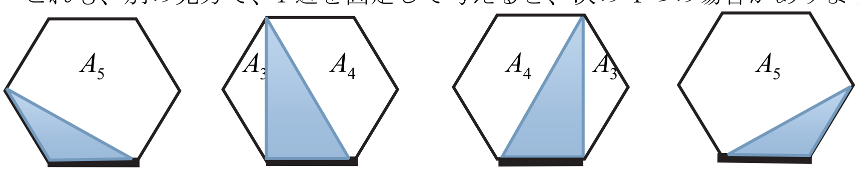


$$A_5 = A_4 + A_3A_3 + A_4 = 2 + 1 \cdot 1 + 2 = 5 \qquad \text{よって、} A_5 = 5$$

正６角形の場合は、(上)各頂点から対角戦を３本ずつ引く ６通り、(中)対角線が平行 ３×２＝６通り、(下)対角線が正３角形 ２通り、よって、$A_6 = 6 + 6 + 2 = 14$ となります。(下)の正３角形を数え忘れ、12 としてしまった答案が意外と多くありました。



これも、別の見方で、１辺を固定して考えると、次の４つの場合があります。



$$A_6 = A_5 + A_3A_4 + A_4A_3 + A_5 = 5 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 5 = 14 \qquad \text{よって、} A_6 = 14$$

この方法で、求められていたのは、山岸誠宗さん(明和高１年)だけでした、また、星野泰佑さん(東海中３年)は、A_n はカタラン数と予想できると、明記していました。$n \geqq 7$ のときも、同様にして求められます。

$$A_7 = A_6 + A_3A_5 + A_4A_4 + A_5A_3 + A_6 = 14 + 1 \cdot 5 + 2 \cdot 2 + 5 \cdot 1 + 14 = 42 \qquad \text{よって、} A_7 = 42$$

$A_8 = A_7 + A_3A_6 + A_4A_5 + A_5A_4 + A_6A_3 + A_7 = 42 + 1\cdot 14 + 2\cdot 5 + 5\cdot 2 + 14\cdot 1 + 42 = 132$　よって、$A_8 = 132$

一般的に、$A_n = A_{n-1} + A_3A_{n-2} + A_4A_{n-3} + \cdots\cdots + A_{n-3}A_4 + A_{n-2}A_3 + A_{n-1}$

$A_2 = 1$とすると、$A_n = \sum_{k=2}^{n-1} A_k A_{n-k+1}$ ……（＊）と表せます。

$A_3 = 1,\ A_4 = 2,\ A_5 = 5,\ A_6 = 14,\ A_7 = 42,\ A_8 = 132,\ A_9 = 429,\ A_{10} = 1430,\ A_{11} = 4862,$
$A_{12} = 16796,\ A_{13} = 58786,\ A_{14} = 208012,\ A_{15} = 742900,\ A_{16} = 2674440,\ A_{17} = 9694845,\ \cdots\cdots$

また、一般項は、$A_n = \dfrac{{}_{2(n-2)}C_{n-2}}{n-1}$　と求められます。これらは、正多角形に限らず、一般的な凸多角形ならば成り立ちます。また、$C_n = A_{n+2}\ (n \geqq 1)$とおくと、先程のカタラン数と同じになります。

$$C_n = \frac{{}_{2n}C_n}{n+1} = \frac{(2n)!}{(n+1)!\,n!}$$

この一般項の求め方は、格子状の最短経路、生成(母)関数を使ったもの2通りの方法があり書籍等で見ることができます。また、(＊)の形から求める方法が、月刊雑誌「大学への数学」2016年10月号p.22、2017年1月号p.76-77に2通りの方法で示されています。ここでは、フィールズ賞の受賞者である森重文先生が高校生のときに発想されたものを紹介しておきます。「大学への数学」に投稿されたようです。

パスカルの三角形をPとし、次のように変形します。

P

```
                1
              1   1
            1   2   1
          1   3   3   1
        1   4   6   4   1
      1   5  10  10   5   1
    1   6  15  20  15   6   1
  1   7  21  35  35  21   7   1
1   8  28  56  70  56  28   8   1
```

−P

```
                 -1
               -1   -1
             -1   -2   -1
           -1   -3   -3   -1
         -1   -4   -6   -4   -1
       -1   -5  -10  -10   -5   -1
     -1   -6  -15  -20  -15   -6   -1
   -1   -7  -21  -35  -35  -21   -7   -1
 -1   -8  -28  -56  -70  -56  -28   -8   -1
```

1つずらして合成（赤点線を重ねて、重なった2数を加える）

P　−P

```
                 1 | -1
               1   0   -1
             1   1 | -1   -1
           1   2   0   -2   -1
         1   3   2 | -2   -3   -1
       1   4   5   0   -5   -4   -1
     1   5   9   5 | -5   -9   -5   -1
   1   6  14  14   0  -14  -14   -6   -1
 1   7  20  28  14 | -14  -28  -20   -7   -1
```

上図で0に並ぶラインすなわち赤い点線の左隣りラインにカタラン数が並びます。

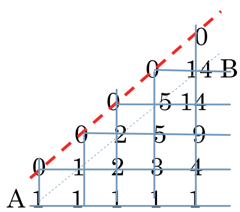
${}_2C_1 - {}_2C_0 = 2 - 1 = 1$、${}_4C_2 - {}_4C_1 = 6 - 4 = 2$、${}_6C_3 - {}_6C_2 = 20 - 15 = 5$、${}_8C_4 - {}_8C_3 = 70 - 56 = 14$

一般的には、Pの${}_{2n}C_n$と、−Pの$-{}_{2n}C_{n-1}$の和が、カタラン数C_nになるわけです。

$$\text{よって、}C_n = {}_{2n}C_n - {}_{2n}C_{n-1} = \frac{(2n)!}{n!\cdot n!} - \frac{(2n)!}{(n-1)!\cdot(n+1)!} = \frac{(2n)!}{(n+1)\cdot n!}\{(n+1) - n\}$$
$$= \frac{(2n)!}{(n+1)\cdot n!} = \frac{1}{n+1}\cdot\frac{(2n)!}{n!\cdot n!} = \frac{{}_{2n}C_n}{n+1}\quad\text{となります。}$$

また、左半分を左回りに90°回転させると、右図のようになり、格子状の半分の経路図で赤い点線を通らないAからBの最短経路の総数を表しています。

また、左端に0と1を書き、次々に2数の和を書き込んでいくと右図と一致します。



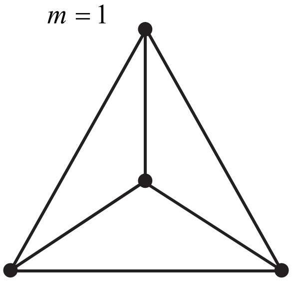
書き込み方式

2 ┐ 2＋3＝5
　3

（２）正３角形内にｍ本のくいを打って、３角形分割する方法が何通りあるかを考えます。１辺上のくいは両端の頂点の ２ 本のみ（狭義の３角形分割）を前提に考え、説明図の $B_2=2$ で明示していましたが、１ 辺上に ３ 本以上のくいを打たれた（広義の３角形分割）方も若干見られ、そのような自由な発想も含めて総合的に評価をしました。したがって、広義の３角形分割で考えられた方も受賞者の中に含まれています。ここでは、狭義の３角形分割の場合を考えます。すなわち、１辺上のくいは両端の頂点の２本のみに限ります。

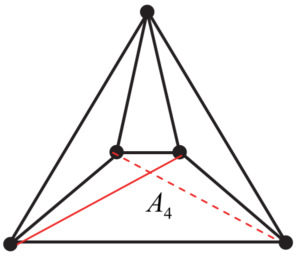
$B_3=8$ は多数の方が正解でした。

$m=1$



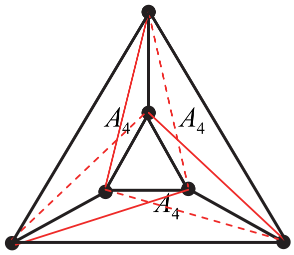
$B_1=1$

$m=2$



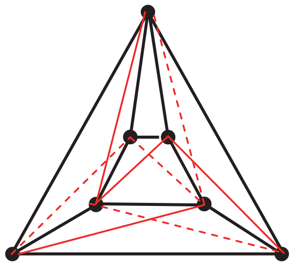
$B_2=A_4=2$

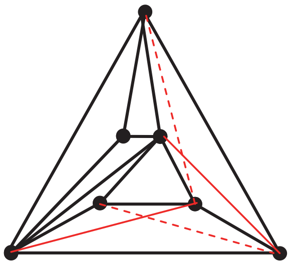
$m=3$

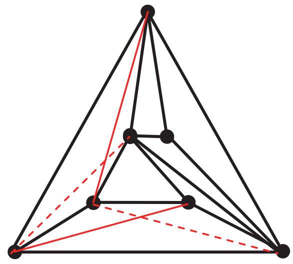


$B_3=(A_4)^3=2^3=8$

$m=4$ のときは様々なものを考えてもらいました。B_3 の図のように中に３角形があることが影響したのか、正３角形内に４角形を作り、$B_4=2^3\cdot A_4=2^4=16$ が多かったです。では、正３角形内に４角形を作った場合、最大はどれだけになるのか考えてみると、次の３つの場合があります。（これは、最大でない例です）

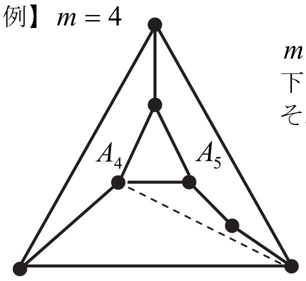






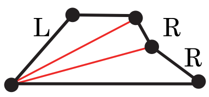
$B_4=2^4+2^2+2^2=24$ となりますが、答案の中では $B_4=20$ が最高で、以下の【例】にある $B_4=30$ はありませんでした。$B_m\ (m\geqq 5)$ も同様で、$B_m=2^3\times A_m$ が多く、【例】以上はありませんでした。

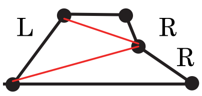
【例】 $m=4$

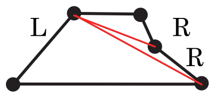


（黒い点線はくいの配置の条件）

$m=3$ の図において、中央の三角形の右下に１点を加え、下の凹部を考えます。
下図のように、三角形分割した三角形をよく見ると、２種類あることに気付きます。
それは、三角形の１辺が左側の１辺(L)か右側の１辺(R)の２種類です。







上から順に L、R を並べると、左から順に、

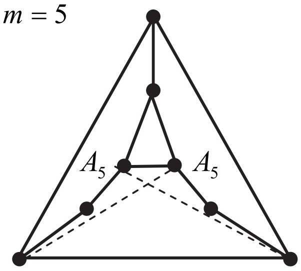
L R R　　　R L R　　　R R L

従って、L を１個、R を２個の３個の並べ方は何通りあるかという問題になります。

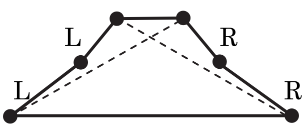
これは、同じものを含む順列であり、${}_3C_1=3$ または $\dfrac{3!}{2!\,1!}=3$ 通りあります。

よって、$B_4=A_4\cdot A_5\cdot {}_3C_1=2\cdot 5\cdot 3=30$

$m=5$



下の凹部を考えます。

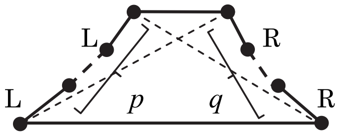


L を２個、R を２個の４個の並べ方は

${}_4C_2=6$ または、$\dfrac{4!}{2!\,2!}=6$ 通りとなります。

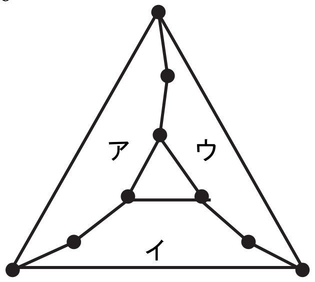
よって、$B_5=(A_5)^2\cdot {}_4C_2=5^2\cdot 6=150$

下の凹部を、一般的に左側の p 辺と右側の q 辺に分けて、３角形分割を考えます。

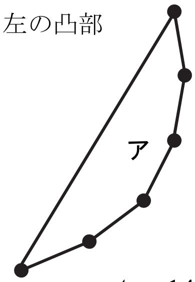


それは、L を p 個、R を q 個の $p+q$ 個の並べ方と同じになり、 ${}_{p+q}C_q = \dfrac{(p+q)!}{p!\,q!}$ 通りとなります。

$m=6$

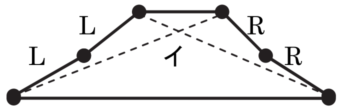


左の凸部



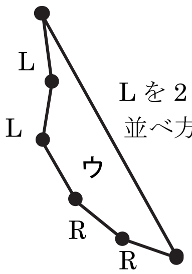
$A_6=14$ 通り

下の凹部

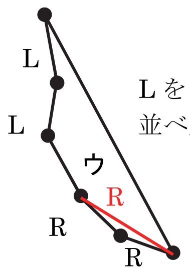


L を２個， R を２個の
並べ方は、 ${}_4C_2=6$ 通り

右の凹凸部



L を２個， R を２個の
並べ方は、 ${}_4C_2=6$ 通り



L を２個， R を１個の
並べ方は、 ${}_3C_2=3$ 通り

右の凹凸部は $6+3=9$ 通り　　よって、 $B_6=A_6\cdot{}_4C_2\left({}_4C_2+{}_3C_2\right)=14\cdot6\cdot9=756$

$m \geqq 7$ においては、 $m=4$，5，6 の繰り返しとなります。

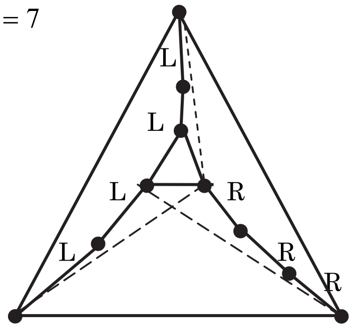
その繰り返しを分析すると、

$m=4$ では、 $m=3$ の図において、中央の３角形の右下に１点を加えます。
$m=5$ では、 $m=4$ の図において、中央の３角形の左下に１点を加えます。
$m=6$ では、 $m=5$ の図において、中央の３角形の上に１点を加えます。

すなわち、 $m \geqq 4$ においては、 k を自然数として、

$m=3k+1$ では、 $m=3k$ の図において、中央の３角形の右下に１点を加えます。
$m=3k+2$ では、 $m=3k+1$ の図において、中央の３角形の左下に１点を加えます。
$m=3(k+1)$ では、 $m=3k+2$ の図において、中央の３角形の上に１点を加えます。

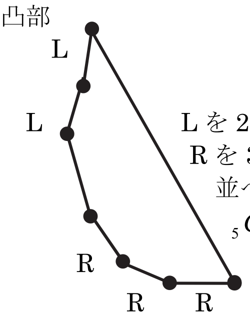
$m=7$



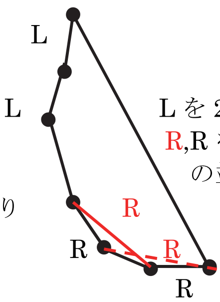
左の凸部　　凸６角形より　 $A_6=14$ 通り

下の凹部　　L を２個， R を３個の並べ方は、
${}_5C_2=10$ 通り

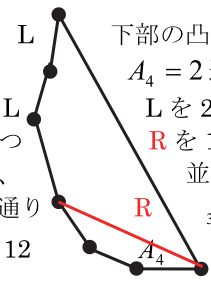
右の凹凸部



L を２個、
R を３個の
並べ方は、
${}_5C_2=10$ 通り



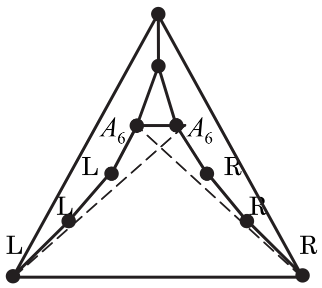
L を２個、
R,R を１個ずつ
の並べ方は、
${}_4C_2=6$ 通り
2×6＝12



下部の凸４角形より
$A_4=2$ 通り
L を２個、
R を１個の
並べ方は、
${}_3C_2=3$ 通り
$A_4\cdot{}_3C_2=2\cdot3=6$

よって、$B_7 = A_6 \cdot {}_5C_2\left({}_5C_2 + 2\cdot{}_4C_2 + A_4\cdot{}_3C_2\right) = 14\cdot 10\cdot(10+12+6) = 14\cdot 10\cdot 28 = 3920$

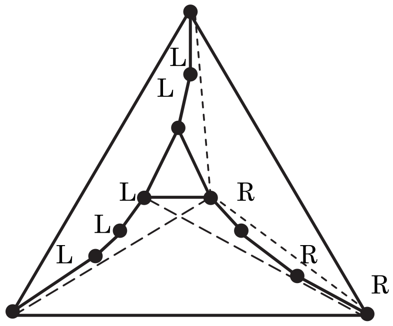
（注）$m=7$ のときは、$B_7 = 3920$ となる配置は他にもあり、下図がその 1 例です。



下の凹部は、${}_6C_3$ 通り

$B_7 = (A_6)^2 \cdot {}_6C_3 = 14^2 \cdot 20 = 3920$

$m = 8$



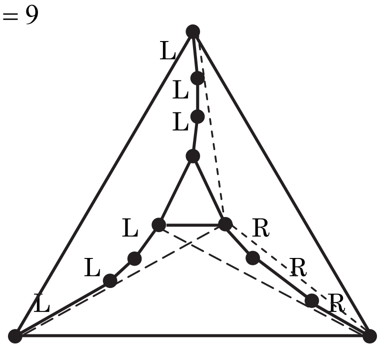
左の凸部　　凸 7 角形より　$A_7 = 42$ 通り

下の凹部　　L を 3 個，R を 3 個の並べ方は、${}_6C_3 = 20$ 通り

右の凹凸部　　$m=7$ のときと同じ 28 通り

よって、$B_8 = A_7\cdot{}_6C_3\left({}_5C_2 + 2\cdot{}_4C_2 + A_4\cdot{}_3C_2\right) = 42\cdot 20\cdot 28 = 23520$

$m = 9$



左の凸部　　凸 8 角形より　$A_8 = 132$ 通り

下の凹部　　$m=8$ のときと同じ ${}_6C_3 = 20$ 通り

右の凹凸部　　$m=7$ のときの L が 1 つ増えたものなので、

$${}_6C_3 + 2\cdot{}_5C_3 + A_4\cdot{}_4C_3 = 20 + 20 + 8 = 48$$

よって、

$$B_9 = A_8\cdot{}_6C_3\left({}_6C_3 + 2\cdot{}_5C_3 + A_4\cdot{}_4C_3\right) = 132\cdot 20\cdot 48 = 126720$$

この方法で一般化するために、今までの結果を並べ、あとを拡張すると、

$B_1 = 1$、　$B_2 = A_4 = 2$、　$B_3 = (A_4)^3 = 2^3 = 8$、　$B_4 = A_4\cdot A_5\cdot{}_3C_1 = 2\cdot 5\cdot 3 = 30 = A_4\cdot{}_3C_1\left({}_3C_1 + {}_2C_1\right)$

$B_5 = (A_5)^2\cdot{}_4C_2 = 5^2\cdot 6 = 150 = A_5\cdot{}_4C_2\left({}_3C_1 + {}_2C_1\right)$

$B_6 = A_6\cdot{}_4C_2\left({}_4C_2 + {}_3C_2\right) = 14\cdot 6\cdot 9 = 756$

$B_7 = A_6\cdot{}_5C_2\left({}_5C_2 + 2\cdot{}_4C_2 + A_4\cdot{}_3C_2\right) = 14\cdot 10\cdot 28 = 3920$

$B_8 = A_7\cdot{}_6C_3\left({}_5C_2 + 2\cdot{}_4C_2 + A_4\cdot{}_3C_2\right) = 42\cdot 20\cdot 28 = 23520$

一般化するとき、表現し易くするために $A_2 = 1$ とします。

$$B_9 = A_8\cdot{}_6C_3\left({}_6C_3\cdot\frac{3!}{3!}A_2^{\,3} + {}_5C_3\cdot\frac{2!}{1!1!}A_2A_3 + {}_4C_3\cdot\frac{1!}{1!}A_4\right) = 132\cdot 20\cdot 48 = 126720$$

$$B_{10} = A_8\cdot{}_7C_3\left\{{}_7C_3\cdot\frac{4!}{4!}A_2^{\,4} + {}_6C_3\cdot\frac{3!}{2!1!}A_2^{\,2}A_3 + {}_5C_3\left(\frac{2!}{2!}A_3^{\,2} + \frac{2!}{1!1!}A_2A_4\right) + {}_4C_3\cdot\frac{1!}{1!}A_5\right\} = 132\cdot 35\cdot 165 = 762300$$

$$B_{11} = A_9\cdot{}_8C_4\left\{{}_7C_3\cdot\frac{4!}{4!}A_2^{\,4} + {}_6C_3\cdot\frac{3!}{2!1!}A_2^{\,2}A_3 + {}_5C_3\left(\frac{2!}{2!}A_3^{\,2} + \frac{2!}{1!1!}A_2A_4\right) + {}_4C_3\cdot\frac{1!}{1!}A_5\right\} = 429\cdot 70\cdot 165 = 4954950$$

………

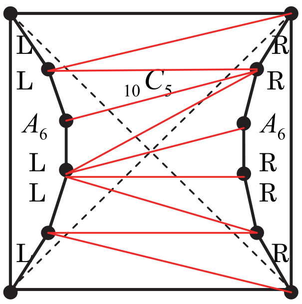
【例の一般化】

$$0 \leqq t_i \leqq k,\quad \sum_{i=1}^{k} t_i = p-k,\qquad 2 \leqq s_i \leqq s_{i+1} \leqq p+1,\quad \sum_{i=1}^{k} s_i t_i = 2p-k \text{ のとき}$$

$$\begin{cases} B_{3p} = A_{2p+2} \cdot {}_{2p}C_p \left\{ \displaystyle\sum_{k=1}^{p} {}_{2p+1-k}C_p \frac{(p+1-k)!}{t_1! t_2! \cdots t_k!} A_{s_1}^{t_1} A_{s_2}^{t_2} \cdots A_{s_k}^{t_k} \right\} \\ B_{3p+1} = A_{2p+2} \cdot {}_{2p+1}C_p \left\{ \displaystyle\sum_{k=1}^{p+1} {}_{2p+2-k}C_p \frac{(p+2-k)!}{t_1! t_2! \cdots t_k!} A_{s_1}^{t_1} A_{s_2}^{t_2} \cdots A_{s_k}^{t_k} \right\} \\ B_{3p+2} = A_{2p+3} \cdot {}_{2p+2}C_{p+1} \left\{ \displaystyle\sum_{k=1}^{p+1} {}_{2p+2-k}C_p \frac{(p+2-k)!}{t_1! t_2! \cdots t_k!} A_{s_1}^{t_1} A_{s_2}^{t_2} \cdots A_{s_k}^{t_k} \right\} \end{cases}$$

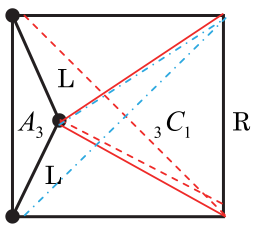
この問題について、実は問題作成時には解けるものと思っていたのですが、最終的に未解決問題であることが分かりました。したがって、これが、答えかどうかは分かりません。なぜなら、証明ができないのです。今までの内の最大に過ぎません。もしかすると、m の式で表せないかも知れないのです。しかし、皆さんには、先入観のない柔軟な頭脳で挑戦して頂きました。新たな発想を期待しつつ。この【例の一般化】は人間が数えやすい方法で数えたと言えるでしょう。本来、3角形の中の点を1点増やす度に、3角形の中の点をすべて置き換え、再構築しなければなりません。すなわち、数学的帰納法が通用しないのです。人間の限界であることは言うまでもないのですが、コンピュータで計算されたという報告も今の所見付けることができない状況です。

（3）正4角形の場合も、凹部が登場し、（2）と同様に考えます。例として、$m=8$ のとき、



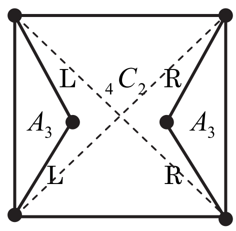
L R L L R R R L R L　　同じものを含む順列より、$_{10}C_5$ 通り

$m=1$



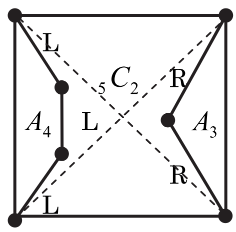
$C_1 = {}_3C_1 = 3$

$m=2$



$C_2 = {}_4C_2 (A_3)^2 = 3 \cdot 1^2 = 6$

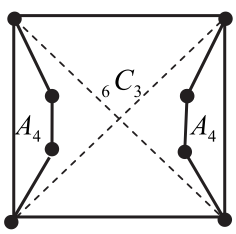
$m=3$



$C_3 = {}_5C_2 A_4 A_3 = 10 \cdot 2 \cdot 1 = 20$

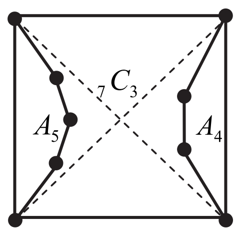
$C_3 = 20$ まで正解していたのは、勝田宗平さん(恵那高2年)だけでした。

【例】　$m=4$



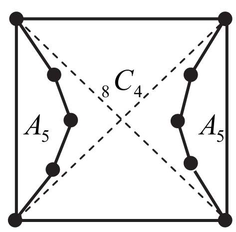
$C_4 = {}_6C_3 (A_4)^2 = 20 \cdot 2^2 = 80$

$m=5$



$C_5 = {}_7C_3 A_5 A_4 = 35 \cdot 5 \cdot 2 = 350$

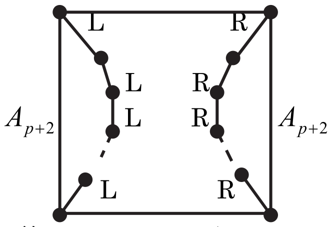
$m=6$



$C_6 = {}_8C_4 (A_5)^2 = 70 \cdot 5^2 = 1750$

凹型の部分を一般的に考える。

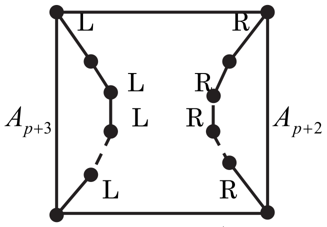
$m=2p$ のとき（L、R ともに $p+1$ 個）



凹型は、${}_{2(p+1)}C_{p+1}$ 通り

よって、$C_{2p}={}_{2(p+1)}C_{p+1}\left(A_{p+2}\right)^2$

$m=2p+1$ のとき（L が $p+2$ 個、R が $p+1$ 個）



${}_{2p+3}C_{p+1}$ 通り

$C_{2p+1}={}_{2p+3}C_{p+1}A_{p+2}A_{p+1}$

【例の一般化】

$$\boxed{\begin{cases} C_{2p}={}_{2(p+1)}C_{p+1}\left(A_{p+2}\right)^2 \\ C_{2p+1}={}_{2p+3}C_{p+1}A_{p+2}A_{p+1} \end{cases}}$$

この問題についても、（２）と同様に未解決問題です。（２）と同様なことが言えます。

（４）　この自由課題については、正５～７角形に挑戦したりする場合と、小３角形の最大個数を求める場合がありました。前者については、更に難しくなり困難を極めますが、後者については、３名・２グループの方が挑戦されていて、同じ結果を得ていました。

正ｎ角形内にｍ本のくいを打って、小３角形に分割したとき、小３角形の最大個数を求めてみましょう。

まず、正ｎ角形の内角の和は、正ｎ角形を１頂点から両隣の２頂点を除き、$n-3$ 本の対角線を引くと、$n-2$ 個の三角形に分割できるので、$(n-2)\times180°$ です。

次に、正ｎ角形内にｍ本のくいを打って t 個の三角形に分割し、すべての内角の和を考えると、$t\times180°=(n-2)\times180°+m\times360°$　となり、$t=(n-2)+2m$　　よって、小３角形の最大個数は、$n+2m-2$　となります。

この小３角形の最大個数については、実験すると、凸に限らず凹についても、すなわち、すべての多角形について成り立つと予想できそうです。この証明もまた考えて見て下さい。しかし、成り立たない例があるかも知れません。それが見付かれば図示して下さい。

最後に、（２）・（３）は正直に言って、難問中の難問でした。この難問に多くの方が、勇敢にアタックして頂いたことに、心から感謝を致します。B_m, C_m の今までのの最大【例の一般化】を塗り替えられた方はこちらまで報告して下さい

〔参考文献〕

・「解法の探求・確率」（大学への数学）　福田邦彦著　東京出版　(2004)　104−105

・数学セミナー　2009 年８月号　北海道大学・高校生のための数学講座
「カタラン数の語る数学の世界」寺尾宏明　　日本評論社　8−12

・「離散数学『数え上げ理論』」野﨑昭弘著　ブルーバックスＢ−1619　講談社　141−162

・「離散数学のすすめ」伊藤太雄・宇野裕之編著　現代数学社　48−53

・Richard P. Stanley, Catalan Numbers, Cambridge University Press　(2015)

・Richard P. Stanley, Catalan Addendum,　(2013)
http://www-math.mit.edu/~rstan/ec/catadd.pdf

・Jesús A. De Loera, Jörg Rambau, Francisco Santos, Triangulations 〔Structures for Algorithms and Applications〕, Spriger‐Verlag Berlin Heidelberg　(2010)　107−119

・A.Garcia, M. Noy, J.Tejel, Lower bounds on the number of crossing-free subgraphs of K_N, Comput. Geom. 16　(2000)　211−221

（７）日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール 論文賞の解説

テーマ１．「逆ピタゴラス数」

$\dfrac{1}{144}=\dfrac{1}{225}+\dfrac{1}{400}$ や $\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{9}+\dfrac{1}{9}+\dfrac{1}{36}$ のように，いくつかの平方数の逆数の和が一つの平方数の逆数になるような組み合わせを，できるだけ多く見つけて下さい．

日本数学コンクール実行委員会委員　鈴木　紀明（名城大学理工学部　教授）

§0．論文応募状況とその評価

この問題にはジュニア (中学生)65 件，シニア (高校生)8 件と非常に多くの応募があり喜んでいます．問うた内容は

「逆ピタゴラス数をなるべく多く見つけなさい」

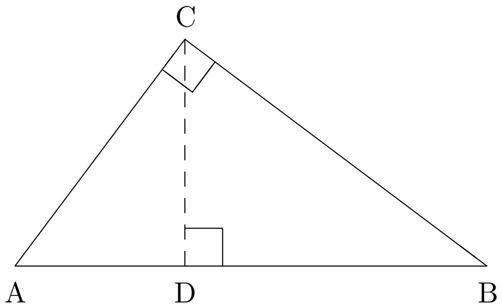
ですが，これを自分なりに解釈して，より理論的な解答を与えている論文を評価しました．

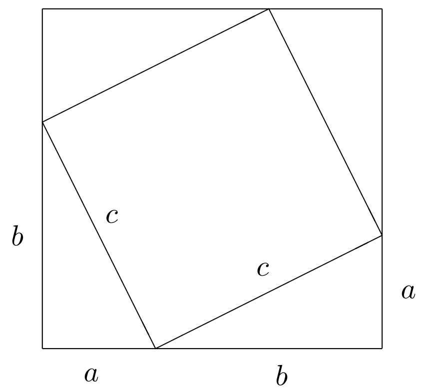
多くの人がピタゴラス数と逆ピタゴラス数の関係に気づきました．今村さん (福井大附属中 3 年) の論文はこの関係だけでなく，後述の §4 の内容にも触れた力作です．星野さん (東海中 3 年) と清水さん (芝浦工大柏中 3 年) はピタゴラス数が無限にあることから逆ピタゴラス数も無限にあることを数式を使って指摘しています．また，豊島さん (西枇杷島中 3 年) は C 言語によるプログラムを作成して逆ピタゴラス数を具体的に求めました．

シニアの論文では主に逆ピタゴラス 4 つ組に対する考察によって評価しました．§2 で詳しく書きますが，川添さん (久留米高専 1 年)，都築さん (岡崎東高 3 年)，横畑さん (富山中部高 2 年)，阿部さん (向陽高 2 年) は，ピタゴラス 4 つ組を与える一般式を見つけて，それを利用して無限個の逆ピタゴラス 4 つ組を与えています．

§1．3 平方の定理と逆 3 平方の定理の幾何学的意味

3 平方の定理の証明は 100 以上あるそうですが，基本は相似 (比例) を使うものと (左図)，面積に注目するものです (右図)．





ここでは左図に沿って考えてみましょう．直角 3 角形 ABC の頂点 C から辺 AB に下ろした垂線の足を D とします．このとき 3 つの三角形 ΔABC，ΔCBD，ΔACD は互いに

相似です．これから

$$\mathrm{AB} : \mathrm{BC} : \mathrm{AC} = \mathrm{CB} : \mathrm{BD} : \mathrm{CD} = \mathrm{AC} : \mathrm{CD} : \mathrm{AD}$$

がわかります．このうち，AB : BC = BC : BD と AB : AC = AC : AD を使うと $\mathrm{BC}^2 + \mathrm{AC}^2 = \mathrm{AB}\cdot\mathrm{BD} + \mathrm{AB}\cdot\mathrm{AD} = \mathrm{AB}(\mathrm{AD}+\mathrm{BD}) = \mathrm{AB}^2$ ですから，3 平方の定理

$$\mathrm{BC}^2 + \mathrm{AC}^2 = \mathrm{AB}^2 \tag{1}$$

を得ます．また，BD : CD = CD : AD にも注意すると

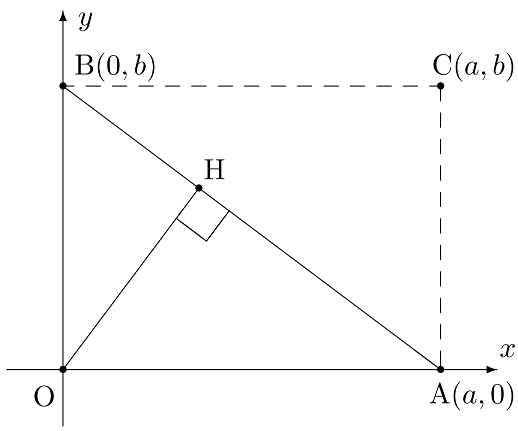
$$\frac{1}{\mathrm{BC}^2} + \frac{1}{\mathrm{AC}^2} = \frac{1}{\mathrm{AB}\cdot\mathrm{BD}} + \frac{1}{\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AD}} = \frac{1}{\mathrm{AD}\cdot\mathrm{BD}} = \frac{1}{\mathrm{CD}^2}$$

から，

$$\frac{1}{\mathrm{BC}^2} + \frac{1}{\mathrm{AC}^2} = \frac{1}{\mathrm{CD}^2} \tag{2}$$

を得ます．これを逆 3 平方の定理と呼ぶことにします．

2 つの定理を別の視点から見てみましょう．$a > 0$, $b > 0$ とします．O = (0,0), A = $(a,0)$, B = $(0,b)$, C = (a,b) とし，c = OC とする．さらに，原点 O から直線 $bx + ay = ab$ への垂線の足を H として h = OH とします．



このとき，3 平方の定理 $a^2 + b^2 = c^2$ は

(3) 長方形 OACB の 2 辺の平方の和が対角線の平方に等しい

であり，逆 3 平方の定理 $\dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2} = \dfrac{1}{h^2}$ は

(4) 長方形の 2 辺の平方の逆数の和は O から対角線までの距離の平方の逆数に等しい

です．実際，原点から直線 $bx + ay = ab$ までの距離は $h = \dfrac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$ ですから，整理すれば (4) が導かれます．(4) は (2) の言い換えですが，ΔOAB の面積が $ab/2 = ch/2$ であることから，両辺を 2 乗して (3) を使って導くこともできます．

§2.　ピタゴラス数と逆ピタゴラス数

$a^2+b^2=c^2$ 満たす自然数の組 (a,b,c) をピタゴラス数と言い (より正確にはピタゴラス 3 つ組数と言う)，$\dfrac{1}{\alpha^2}+\dfrac{1}{\beta^2}=\dfrac{1}{\gamma^2}$ を満たす自然数の組 (α,β,γ) を逆ピタゴラス数と呼ぶことにします (正確には逆ピタゴラス 3 つ組と言う).

$$a^2+b^2=c^2 \ \text{ならば}\ \frac{1}{(bc)^2}+\frac{1}{(ac)^2}=\frac{1}{(ab)^2} \tag{5}$$

ですから，(a,b,c) がピタゴラス数ならば (bc,ac,ab) が逆ピタゴラス数です．反対に

$$\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}=\frac{1}{\gamma^2}\ \text{ならば}\ (\beta\gamma)^2+(\alpha\gamma)^2=(\alpha\beta)^2 \tag{6}$$

より (α,β,γ) が逆ピタゴラス数のとき $(\beta\gamma,\alpha\gamma,\alpha\beta)$ はピタゴラス数になります.

ピタゴラス数を見つけると言う問題は古くから考えられていたようです．ピタゴラス (BC582-BC496) 自身は

$$(n,\frac{n^2-1}{2},\frac{n^2+1}{2}),\quad \text{ただし } n \text{ は奇数} \tag{7}$$

を示し，プラトン (BC427-BC347) は

$$(2n,n^2-1,n^2+1) \tag{8}$$

を得ていたようです．これらはすべてのピタゴラス数を表してはいません．任意のピタゴラス数 (a,b,c) が，自然数 $m>n$ を用いて

$$a=m^2-n^2,\ b=2mn,\ c=m^2+n^2 \tag{9}$$

と表されることを最初に見つけたのはユークリッド (BC330?-BC275?) と言われています[1]. (5) より

$$(2mn(m^2+n^2),\ m^4-n^4,\ 2mn(m^2-n^2)) \tag{10}$$

はすべて，逆ピタゴラス 3 つ組数になります．この結果から逆ピタゴラス 3 つ組数は無限個あることがわかります.

§3. 原始逆ピタゴラス数

$\dfrac{1}{15^2}+\dfrac{1}{20^2}=\dfrac{1}{12^2}$ ならば，任意の自然数 $k=1,2,3,\cdots$ について $\dfrac{1}{(15k)^2}+\dfrac{1}{(20k)^2}=\dfrac{1}{(12k)^2}$ なので，$(15k,20k,12k)$ はすべて逆ピタゴラス数です．しかし，これは共通約数 k で割った $(15,20,12)$ と実質同じものです.

最大公約数が 1 のピタゴラス数を原始ピタゴラス数と言い，最大公約数が 1 の逆ピタゴラス数を原始逆ピタゴラス数と呼ぶことにします.

[1] a,b の順序を無視しています．厳密に言えば，a,b の順序を適当に入れ替えると (9) 式で表されるということです．例えば，ピタゴラス数 $(4,3,5)$ を表す m,n はありませんが，$3,4$ を入れ替えた $(3,4,5)$ は $m=2,\ n=1$ として (9) で表されます.

原始ピタゴラス3つ組数について次の定理が成り立ちます：

定理. (α,β,γ) が原始逆ピタゴラス3つ組数である必要かつ十分条件は，互いに素であり，どちらか一方が偶数となる整数 $m>n$ を用いて

$$(\alpha,\beta,\gamma)=(2mn(m^2+n^2),\ m^4-n^4,\ 2mn(m^2-n^2)) \tag{11}$$

と表されることである．特に，原始逆ピタゴラス3つ組数は無限個ある．

証明は次の補題から導かれます．

補題 1. (9) で表される $(a,b,c)=(m^2-n^2,2mn,m^2+n^2)$ が原始ピタゴラス数である必要十分条件は

$$m \text{ と } n \text{ は互いに素であり，どちらか一方が偶数.} \tag{12}$$

補題 2. (a,b,c) が原始ピタゴラス数である必要かつ十分条件は (bc,ac,ab) が原始逆ピタゴラス数になることである．

課題 1. 2つの補題を示して定理の主張が正しいことを証明して下さい．それほど難しくはありません．素数の約数 (素因数) に注目すると良いでしょう．

§4. 直方体とピタゴラス4つ組数

§1 の長方形での考察 (3), (4) を，直方体で考えてみます．$a>0,\ b>0,\ c>0$ について，$\mathrm{O}=(0,0,0)$，$\mathrm{A}=(a,0,0)$，$\mathrm{B}=(0,b,0)$，$\mathrm{C}=(0,0,c)$，$\mathrm{D}=(a,b,c)$ とし $\mathrm{OD}=d$ とすると，

$$a^2+b^2+c^2=d^2 \tag{13}$$

が成り立ちます (直方体の3辺の平方の和は対角線の平方に等しい)．また，3点 A, B, C を通る平面は

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$$

と表され，この平面と原点との距離は

$$\frac{1}{\sqrt{(1/a)^2+(1/b)^2+(1/c)^2}}$$

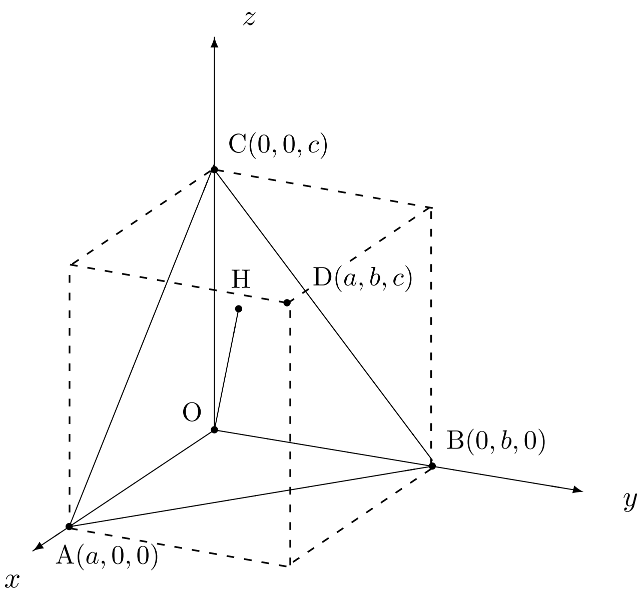
です[2]．これより，原点からこの平面への垂線の足を H とし，$h=\mathrm{OH}$ とすると，

$$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{1}{h^2} \tag{14}$$

が成り立ちます (直方体の3辺の平方の逆数の和は原点から平面 ABC までの距離の平方の逆数に等しい)．

---

[2] 一般に，平面 $\alpha x+\beta y+\gamma z=\delta$ と原点との距離は $\dfrac{|\delta|}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2+\gamma^2}}$ で与えられる．



§2 と同様に，$a^2+b^2+c^2=d^2$ を満たす整数の組 (a,b,c,d) をピタゴラス 4 つ組数と言い，最大公約数が 1 のとき原始ピタゴラス 4 つ組数と呼びます．また $\dfrac{1}{\alpha^2}+\dfrac{1}{\beta^2}+\dfrac{1}{\gamma^2}=\dfrac{1}{\delta^2}$ を満たす整数の組 $(\alpha,\beta,\gamma,\delta)$ を逆ピタゴラス 4 つ組数，最大公約数が 1 のとき原始逆ピタゴラス 4 つ組数と呼ぶことにします．

§1 (5) と同様に (a,b,c,d) がピタゴラス数ならば

$$(bcd,\ acd,\ abd,\ abc) \tag{15}$$

は逆ピタゴラス数です．応募された論文を見てみましょう．

川添さん (久留米高専 1 年) は $a^2(a-b)^2+(ab)^2+b^2(a-b)^2=(a^2-ab+b^2)^2$ より

$$\frac{1}{\{b(a^2-ab+b^2)\}^2}+\frac{1}{\{(a-b)(a^2-ab+b^2)\}^2}+\frac{1}{\{a(a^2-ab+b^2)\}^2}=\frac{1}{\{ab(a-b)\}^2}$$

を得て，$a>b$ が整数なら，

$$(b(a^2-ab+b^2),\ a(a^2-ab+b^2),\ (a-b)(a^2-ab+b^2),\ ab(a-b)) \tag{16}$$

はすべて逆ピタゴラス数になることを示しました．

都築さん (岡崎東高 3 年) は，任意の整数 k について

$$\frac{1}{\{(k+1)(k^2+k+1)\}^2}+\frac{1}{\{k(k^2+k+1)\}^2}+\frac{1}{(k^2+k+1)^2}=\frac{1}{\{k(k+1)\}^2}$$

より

$$((k+1)(k^2+k+1),\ k(k^2+k+1),\ k^2+k+1,\ k(k+1)) \tag{17}$$

が逆ピタゴラス数になることを示しました．

横畑さん (富山中部高 2 年) は三角関数の等式

$$\sin^2 x + \cos^2 x + \tan^2 x = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

に注目して，$t = \tan(x/2)$ とすると

$$\left(\frac{2t}{1+t^2}\right)^2 + \left(\frac{1-t^2}{1+t^2}\right)^2 + \left(\frac{2t}{1-t^2}\right)^2 = \left(\frac{1+t^2}{1-t^2}\right)^2$$

が成り立つことを示し，これに $t = m/n$ を代入して，n^{12} で割ると

$$\begin{aligned}\frac{1}{\{(m^2-n^2)(m^2+n^2)^2)\}^2} &+ \frac{1}{\{2mn(m^2+n^2)^2\}^2} + \frac{1}{\{(m^2-n^2)^2(m^2+n^2)\}^2} \\ &= \frac{1}{\{2mn(m^2-n^2)^2\}^2}\end{aligned}$$

となることから，次の逆ピタゴラス数を得ました：

$$((m^2-n^2)(m^2+n^2)^2,\ 2mn(m^2+n^2)^2,\ (m^2-n^2)^2(m^2+n^2),\ 2mn(m^2-n^2)^2) \tag{18}$$

阿部さん (向陽高 2 年) は $a_1^2 + a_2^2 = xy$ のとき $(x-y)^2 + (2a_1)^2 + (2a_2)^2 = (x+y)^2$ より

$$(a_1(x^2-y^2),\ a_2(x^2-y^2),\ 2a_1a_2(x+y),\ 2a_1a_2(x-y)) \tag{19}$$

が逆ピタゴラス数になることを示しました．

(16), (17), (18), (19) のいずれからも逆ピタゴラス 4 つ組数が無限個あることがわかりますが，課題も残ります．以下を考えてみて下さい．いずれもそれほど簡単ではない (?) と思います．

課題 2. すべてのピタゴラス 4 つ組数を求めることができるか．さらに，原始ピタゴラス 4 つ組数になる条件はわかるか？(補題 1 の 4 つ組への拡張)

課題 3. 原始ピタゴラス 4 つ組数と原始逆ピタゴラス 4 つ組数の関係は？(補題 2 と違って，(a, b, c, d) が原始ピタゴラス数でも (bcd, acd, abd, abc) が原始逆ピタゴラス数になるとは限らない)

課題 4. すべての原始逆ピタゴラス 4 つ組数を求めよ．(§3 の定理に対応する結果)

§5. 4 平方の定理あれこれ

この節では 2 つの “4 平方の定理” について述べます．最初のものは，直角 3 角錐の 4 つの面の面積に関するもので，§4 の直方体の図を使うと

$$\Delta\mathrm{OAB}\text{ の面積}^2 + \Delta\mathrm{OBC}\text{ の面積}^2 + \Delta\mathrm{OCA}\text{ の面積}^2 = \Delta\mathrm{ABC}\text{ の面積}^2 \tag{20}$$

が成り立つことです．今村さん (福井大附属中 3 年) は論文の中でこの事実に触れています．この等式からも (14) が導けると思います．

課題 5. (20) が成り立つことを示せ.

もう一つは「ラグランジュの 4 平方の定理」で，主張は

(21) すべての自然数は 4 個以下の自然数の平方の和で表される.

です．この証明は大学レベルなのでここに書くことはできませんが，証明の本質は，オイラーが見つけた等式

$$
\begin{aligned}
&(x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2)(y_1^2+y_2^2+y_3^2+y_4^2)\\
&=(x_1y_1+x_2y_2+x_3y_3+x_4y_4)^2+(x_1y_2-x_2y_1+x_3y_4-x_4y_3)^2\\
&\quad+(x_1y_3-x_3y_1+x_4y_2-x_2y_4)^2+(x_1y_4-x_4y_1+x_2y_3-x_3y_2)^2
\end{aligned}
$$

をうまく使います．なお，4 個は必要なく，3 個以下の平方数の和では書ける場合があります．このことも知られていて，

$$n = 4^t(8k+7) \ (t, k \text{ は非負整数})$$

以外の形の自然数 n は 3 個以下の平方数の和で書けます[3].

§6. 今後の問題

ピタゴラス 4 つ組数まで考えたので，5 つ組数，6 つ組数と増やして考えてみることも面白いかもしれませんが，ここでは別のことを考えてみます：

$$\text{逆平方数 } \frac{1}{n^2} \text{ がいくつかの逆平方数の和で書けるか？}$$

という問題です．4 個ならすべての n で可能です．実際

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{(2n)^2}+\frac{1}{(2n)^2}+\frac{1}{(2n)^2}+\frac{1}{(2n)^2} \tag{22}$$

です (もっとも，最大公約数は 1 でないのでまだまだ考える余地はあるかもしれませんが…)．従って問題は 3 個と 2 個の場合です.

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2} \quad (a, b, c \text{ は自然数}) \tag{23}$$

と表すことのできる n をすべて求めよ．また

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2} \quad (a, b \text{ は自然数}) \tag{24}$$

と表すことのできる n をすべて求めよ．挑戦してみて下さい.

[3] ラグランジュの定理に関しては，例えば，H.E. Rose, A course in number theory, p.96-97 を参照せよ.

テーマ２．「群れの話」

群れて飛ぶ鳥、群れて泳ぐ魚など、様々な群れの動きを分析してください。煙や水の流れとの、共通点と相違点は何でしょうか？研究の手段として、たとえば数理モデルを案出して動きを解析したり、そのモデルをシミュレートするソフトウェアを作成することが考えられます。研究結果だけでなく、これらの研究手段についても詳しく説明してください。

解　説

日本数学コンクール実行委員会委員　小島　彰二（愛知県立半田高等学校　教諭）

自動車の自動運転が、もはや夢物語ではなくなりつつある現在。交通システムも大きく様変わりすること考えられる。魚や鳥のスムーズな群れの動きの解析は、これからの新交通システムの手本となる可能性が高い。そうした現状を踏まえ、「群れの数理」をテーマとした問題を考えた。自律駆動系の生物の群れの行動を分析することにより、スムーズな交通システムを作り上げられることを想定した。最近の研究では、魚や鳥は周囲の同種の生物の動きを観察しながら、自分の行動を制御しているという。安全で事故のない交通システムのお手本として自然界の動物の動きを参考としてはどうだろうか。互いにぶつかることなく、高速に移動できる新交通システム開発を念頭に置いた研究論文を期待していた。残念ながら応募論文は提出されなかった。しかし、大変重要なテーマであるので、今後も研究をされては如何だろう。

＜編集部注＞

上記の解説にあるように、本問題への応募論文は全くありませんでした。何を考えるべきか問題文から読み取りにくいということもありますが、「煙や水との共通点と相違点は何か」という問いが難易度を上げてしまったことも大きな要因と思われます。実は、この問いは問題作成委員会の討論の中で付加されたもので、小島彰二委員から提出された問題の原案は以下のとおりです：

==

群れて飛ぶ鳥、群れて泳ぐ魚。様々な群れの動きを分析してください。

具体的には

１：数理モデルを案出し、それを元に、群れの動きを解析してください。

（参考とした書籍、WEB サイトを明示すること）

２：そのモデルをシミュレーションするソフトを作成してください。

（動作環境、使用ソフト、プログラムリスト、使用方法等を添付すること）

===

こちらのほうが問題の意図が伝わり易く、これを活かす方向で出題すれば、或は応募論文があったかもしれません。そういった意味で、本件は問題作成委員会のあり方についても教訓を残すものであります。

実際、鳥の群は鳥一羽の行動と集団の行動が全く違うので，最先端の研究対象として興味が持たれています。 より一般に、金平糖など、粒子が集まって興味深い形状を形成する問題（角の説

明！）も寺田寅彦の随筆で問題提起され、現在も活発に研究が進められています。
鳥の群れのシミュレーションは、鳥一羽一羽が飛ぶ軌道を指定するのではなく（数千羽いたら大変なことです)、一羽一羽がどのような行動をするのかを決め、初期の位置を定め、そしてコンピューターシミュレーションする方法がクレイグ・レイノルズによって提唱されて、アニメーションや computer graphics などの分野で注目を浴びました。ぶつからないように距離をとる（separation)、他の鳥と大体同じ方向に飛ぶように速さと方向を調整する（alignment)、そして他の鳥と離れすぎると淋しくなるので、他の鳥が集まっている群れの中心方向へ向かうように方向を変える（cohesion)、の三つの動作規則を考え、多数を同時に動かすと、驚くほど自然な動きを見せたのです。この Boids と呼ばれる方法は、群れの行動を創発的（emergent）に説明した例となっています。すなわち、個々の行動はお互いの相互作用を定めた簡単な規則に基づいているのですが、局所的な複数な相互作用が結果としては非常に複雑な様相を示す例となりました。分野としては「複雑系」,「人工生命」と呼ばれる分野になります。

テーマ３．「自由課題」

解　説

日本数学コンクール実行委員会委員　伊師　英之（名古屋大学多元数理科学研究科　准教授）
宇澤　　達（名古屋大学多元数理科学研究科　教授）

論文賞金賞を受賞した竹味和輝君（愛知県立明和高校２年）の論文「覆面魔方陣」では，覆面算と魔方陣を融合した覆面魔方陣なる新しい問題を提示し，それについて解の一意性や効率的な解法，そして文字の配置が高次元の場合や n 進法での問題などについて研究を展開しました．魔方陣のかたちをした覆面算は，単発の問題として考えられたことはありますが，本論文のように系統的に研究されたことはないようです．テーマの独創性もさることながら，上記のように高次元やｎ進数の場合にまで問題を拡張し，そのなかで高次元の場合ほど条件が増えるので問題が容易になることや，進数ｎとマス数の関係によって難しさが変わることなど大変興味深い洞察を得たことは素晴らしいことです．定義・定理・証明がしっかり書かれていて読みやすく，数学の論文として体裁が整っていることも評価できます．

論文賞銀賞を受賞した潮田祥一郎君（大阪府立生野高校２年）の論文「スターリング数や Eulerian numbers を一般化した数の modm の周期性」では，第一種および第二種のスターリング数，Eulerian numbers（いわゆるオイラー数とは別物），Whitneynumbers of the first kind といった組合せ論的な数列を大幅に一般化した数列を導入し，自然な条件のもとで，その数列の自然数 m に関する余りの周期性を示しました．上記のスターリング数など個別な場合についての周期性の証明を統一するという発想で考案された数列で，その着眼点と明晰な議論，そして得られた結果の一般性は大いに評価できます．同時に，法 m と周期の数値的な関係や，数列の周期性だけではなく他の一般的な性質の探求など，さらなる研究が期待できます．

4. 受賞者一覧

第27回日本数学コンクール【個人戦】受賞者一覧

大賞（1名）

SS-8	神田　秀峰	愛知県	海陽中等教育学校	高2	1,3,4

優秀賞（2名）

SS-1	宇佐美　友那	東京都	桜蔭高等学校	高1	1,4
SS-4	野村　海斗	東京都	筑波大学附属駒場高等学校	高1	2,4,5

優良賞（3名）

SS-38	大野　敦士	岐阜県	岐阜県立恵那高等学校	高1	3,4
SS-40	勝田　宗平	岐阜県	岐阜県立恵那高等学校	高2	5
SS-53	林　達也	愛知県	愛知県立一宮工業高等学校	高2	3,4

奨励賞（12名）

SS-7	石原　誠大	愛知県	愛知県立五条高等学校	高2	4
SS-12	田中　哲平	三重県	三重県立四日市高等学校	高3	2
SS-14	中村　佑匡	静岡県	静岡県立浜松北高等学校	高1	4
SS-18	松下　紗也輝	愛知県	愛知県立明和高等学校	高2	1,4
SS-21	杁山　圭祐	愛知県	愛知県立明和高等学校	高2	5
SS-27	西川　寛人	愛知県	愛知県立明和高等学校	高1	4
SS-33	山岸　誠宗	愛知県	愛知県立明和高等学校	高1	5
SS-46	西村　祐輝	愛知県	愛知県立旭丘高等学校	高3	2
OSS-9	山内　星徳	大阪府	大阪府立四條畷高等学校	高2	1
OSS-24	安藤　智紀	大阪府	大阪府立大手前高等学校	高1	1
OSS-27	塚本　博文	大阪府	大阪府立大手前高等学校	高1	1
TSS-2	林　航大	三重県	三重県立四日市高等学校	高1	5

＊問題　1. 正多面体を多面的に考える　2. サイクリングロードの数理設計
3. ステレオ図法　4. $\sqrt{2}$をめぐって　5. 花火の場所取り

表記は次の順にしてあります。参加番号、氏名、所在県名、所属校名、学年、表彰対象の問題。

第27回日本数学コンクール【団体戦】受賞者一覧

大賞（2組）

SG-19	ブラジルの人聞こえますかチーム	伊藤　聡志	愛知県	滝高等学校	高2	1
		酒井　優希	愛知県	滝高等学校	高2	
		塩崎　ひかる	愛知県	滝高等学校	高1	
		門松　咲南	愛知県	滝高等学校	高2	
TSG-4	チームまかない	井元　泰雅	三重県	高田高等学校	高2	1
		中園　昂志	三重県	高田高等学校	高2	
		片山　天翔	三重県	高田高等学校	高2	
		松田　ひより	三重県	高田高等学校	高2	

優秀賞（5組）

SG-9	NOTH☆	西尾　七海	三重県	暁中学校・高等学校	高2	1
		伊藤　咲良	三重県	暁中学校・高等学校	高2	
		川村　梨彩子	三重県	暁中学校・高等学校	高2	
		東　友香	三重県	暁中学校・高等学校	高2	
SG-13	Reverse Osmosis	南金山　亮太	愛知県	愛知県立時習館高等学校	高2	1
		加藤　諒也	愛知県	愛知県立時習館高等学校	高2	
		河合　諒人	愛知県	愛知県立時習館高等学校	高2	
		山本　峻也	愛知県	愛知県立時習館高等学校	高1	
SG-16	名大附属　高校1年生チーム	新井　一希	愛知県	名古屋大学教育学部附属中・高等学校	高1	1
		堀江　孝文	愛知県	名古屋大学教育学部附属中・高等学校	高1	
		岡島　羽矢人	愛知県	名古屋大学教育学部附属中・高等学校	高1	
		梅田　智華子	愛知県	名古屋大学教育学部附属中・高等学校	高1	
TSG-1	伊勢高校	上村　拓真	三重県	三重県立伊勢高等学校	高2	1
		谷口　創	三重県	三重県立伊勢高等学校	高2	
		奥井　健友	三重県	三重県立伊勢高等学校	高2	
		仲野　開登	三重県	三重県立伊勢高等学校	高2	
HSG-2	ちくわ	松島　康	東京都	東京都立武蔵高等学校	高2	4
		三浦　優也	東京都	東京都立武蔵高等学校	高2	

優良賞（2組）

OSG-1	数学LOVE!(A)	鄭　従真	奈良県	奈良工業高等専門学校	高2	5
		中満　悠人	奈良県	奈良工業高等専門学校	高2	
		真鍋　悠	奈良県	奈良工業高等専門学校	高2	
		神﨑　優	奈良県	奈良工業高等専門学校	高2	
OSG-2	数学LOVE!(B)	三宅　達也	奈良県	奈良工業高等専門学校	高2	4
		松本　啓汰	奈良県	奈良工業高等専門学校	高2	
		小林　永実	奈良県	奈良工業高等専門学校	高2	
		田村　優次郎	奈良県	奈良工業高等専門学校	高2	

奨励賞（5組）

SG-2	ひがっし～	久富　一輝	岐阜県	岐阜県立大垣東高等学校	高2	5
		川地　一樹	岐阜県	岐阜県立大垣東高等学校	高2	
		三輪　陽雲	岐阜県	岐阜県立大垣東高等学校	高2	
		伊藤　隼一	岐阜県	岐阜県立大垣東高等学校	高2	
SG-3	チーム恵那	森下　佳祐	岐阜県	岐阜県立恵那高等学校	高3	5
		小野　泉	岐阜県	岐阜県立恵那高等学校	高3	
		簑島　海人	岐阜県	岐阜県立恵那高等学校	高3	
		三宅　泰成	岐阜県	岐阜県立恵那高等学校	高3	
SG-7	桃太郎	服部　源太郎	三重県	暁中学校・高等学校	高2	5
		山川　桃佳	三重県	暁中学校・高等学校	高2	
SG-14	激落ちクン	田畑　愛美	愛知県	愛知県立時習館高等学校	高1	1
		伊藤　理紗	愛知県	愛知県立時習館高等学校	高1	
		大島　綾菜	愛知県	愛知県立時習館高等学校	高1	
		鈴木　沙和	愛知県	愛知県立時習館高等学校	高1	
HSG-1	智辯学園	岡本　卓巳	奈良県	智辯学園高等学校	高1	1
		小西　健斗	奈良県	智辯学園高等学校	高1	
		三船　裕輝	奈良県	智辯学園高等学校	高1	
		森田　大智	奈良県	智辯学園高等学校	高1	

＊問題　1. 正多面体を多面的に考える　 2. サイクリングロードの数理設計
3. ステレオ図法　 4. $\sqrt{2}$をめぐって　 5. 花火の場所取り

表記は次の順にしてあります。参加番号、チーム名、氏名、所在県名、所属校名、学年、表彰対象の問題。

第20回日本ジュニア数学コンクール【個人戦】受賞者一覧

大　賞(2名)

JS-9	兒玉　太陽	愛知県	海陽中等教育学校	中3	1,2,3,4
JS-14	星野　泰佑	愛知県	東海中学校	中3	1,2,4,5

優秀賞(2名)

JS-20	岡林　生夫	東京都	筑波大学附属駒場中学校	中2	1,2,4
OJS-3	崔承仁	愛知県	海陽中等教育学校	中1	1,3,4

優良賞(4名)

JS-11	丹羽　駿輔	愛知県	滝中学校	中3	1
JS-13	浅沼　英樹	愛知県	東海中学校	中3	1
OJS-1	後藤　颯汰	奈良県	東大寺学園中学校	中3	2
HJS-4	津本　歩雅	奈良県	智辯学園中学校	中3	4

奨励賞(9名)

JS-6	佐々木　和葉	愛知県	名古屋市立猪子石中学校	中3	1,2
JS-7	藤倉　賢尚	神奈川県	栄光学園中学校	中2	4
JS-8	飯田　奈那	東京都	白百合学園中学校	中1	5
JS-15	小川　聡太	三重県	暁中学校・高等学校	中2	1
JS-18	廣瀬　悟大	神奈川県	鎌倉学園中学校	中3	1
JS-31	富山　理月	愛知県	名古屋大学教育学部附属中・高等学校	中1	1
OJS-2	幡鎌　太郎	愛知県	海陽中等教育学校	中1	5
HJS-9	平山　幹大	和歌山県	紀の川市立粉河中学校	中3	5
FJS-1	鈴木　開	福井県	福井大学教育学部附属中学校	中1	4

＊問題　1. 正多面体を多面的に考える　2. サイクリングロードの数理設計
3. ステレオ図法　4. $\sqrt{2}$をめぐって　5. 花火の場所取り

表記は次の順にしてあります。参加番号、氏名、所在県名、所属校名、学年、表彰対象の問題。

第20回日本ジュニア数学コンクール【団体戦】受賞者一覧

大賞（1組）

JG-3	東海中2	渡辺　空一翔	愛知県	東海中学校	中2	1
		石川　竜聖	愛知県	東海中学校	中2	
		柳　健大	愛知県	東海中学校	中2	
		田中　梨太郎	愛知県	東海中学校	中2	

優秀賞（4組）

JG-8	aloofness knight	服部　可奈子	三重県	暁中学校・高等学校	中3	4
		小石川　武史	三重県	暁中学校・高等学校	中3	
		小山　尚貴	三重県	暁中学校・高等学校	中3	
JG-17	アッチェル	塚越　駿大	愛知県	豊川市立南部中学校	中3	1
		豊田　晃輝	愛知県	豊川市立南部中学校	中3	
		小笠原長太郎	愛知県	豊川市立南部中学校	中3	
		岩田　訓昂	愛知県	豊川市立南部中学校	中3	
JG-47	望月組	片山　武尊	神奈川県	栄光学園中学校	中1	1
		古谷　真望	東京都	桜蔭中学校	中1	
		並木　俊輔	東京都	開成中学校	中1	
FJG-1	福井数学連盟強化選手団	澤﨑　遥夏	福井県	福井大学教育学部附属中学校	中3	4
		廣瀬　知弘	福井県	福井大学教育学部附属中学校	中3	
		大東　怜司	福井県	福井大学教育学部附属中学校	中3	
		髙野　準也	福井県	福井大学教育学部附属中学校	中3	

優良賞（3組）

JG-1	サンシャイン	小林　主典	愛知県	蒲郡市立大塚中学校	中3	5
		柴本　悠真	愛知県	蒲郡市立大塚中学校	中3	
		平野　華月	愛知県	蒲郡市立大塚中学校	中3	
		大須賀　翼	愛知県	蒲郡市立大塚中学校	中3	
JG-35	FCGirls2	笠原　輝	三重県	鈴鹿中学校	中3	5
		樋口　友菜	三重県	鈴鹿中学校	中3	
		廣森　まゆ	三重県	鈴鹿中学校	中3	
		江藤　月菜	三重県	鈴鹿中学校	中3	
TJG-3	附属C	梅原　悠渡	三重県	三重大学教育学部附属中学校	中1	5
		市川　拓海	三重県	三重大学教育学部附属中学校	中1	
		宮﨑　心	三重県	三重大学教育学部附属中学校	中1	
		長﨑　仁之介	三重県	三重大学教育学部附属中学校	中1	

奨励賞（3組）

JG-7	チーム　ジャイアント　キング	関　柾人	三重県	暁中学校･高等学校	中3	1
		千種　優斗	三重県	暁中学校･高等学校	中3	
		平田　一真	三重県	暁中学校･高等学校	中3	
JG-9	南中ボーイズ	谷口　悠馬	愛知県	豊川市立南部中学校	中1	5
		佐々木　飛翔	愛知県	豊川市立南部中学校	中1	
		中村　哲也	愛知県	豊川市立南部中学校	中1	
TJG-1	附属A	桑名　郁弥	三重県	三重大学教育学部附属中学校	中1	5
		稲掛　耕一郎	三重県	三重大学教育学部附属中学校	中1	
		西村　亘生	三重県	三重大学教育学部附属中学校	中1	

＊問題　1. 正多面体を多面的に考える　2. サイクリングロードの数理設計
3. ステレオ図法　4. $\sqrt{2}$をめぐって　5. 花火の場所取り

表記は次の順にしてあります。参加番号、チーム名、氏名、所在県名、所属校名、学年、表彰対象の問

第17回日本数学コンクール論文賞受賞者一覧

金賞

竹味　和輝	愛知	愛知県立明和高等学校	2年	覆面魔方陣

銀賞

潮田　祥一郎	大阪	大阪府立生野高等学校	2年	スターリングやEulerian numbersを一般化した数の mod m の周期性
都築　純也	愛知	愛知県立岡崎東高等学校	3年	逆ピタゴラス数を見つける1

銅賞

鶴岡　祐介	大阪	大阪府立四條畷高等学校	2年	コンクール問題1 正多面体を多面的に考える
川添　裕功	福岡	久留米工業高等専門学校	1年	いくつかの平方数の逆数の和が一つの平方数の逆数になるような組合せを、できるだけ多く見つけよ。
横畑　大樹	富山	富山県立富山中部高等学校	2年	逆ピタゴラス数の一般解

第17回日本ジュニア数学コンクール論文賞受賞者一覧

金賞

該当者なし

銀賞

今村　倫里伽	福井	福井大学教育学部附属中学校	3年	逆ピタゴラス数について考える

銅賞

澤崎　遥夏 廣瀬　知弘 高野　準也 大東　怜司	福井	福井大学教育学部附属中学校	3年 共著4名	コンクール問題1 正多面体を多面的に考える
豊島　英広	愛知	清須市立西枇杷島中学校	3年	逆ピタゴラス数をコンピューターを用いて迅速に求める
星野　泰佑	愛知	東海中学校	3年	逆ピタゴラス数について
清水　健	千葉	芝浦工業大学柏中学校	3年	逆ピタゴラス数

＊テーマ　1. 逆ピタゴラス数　2. 群れの話　3. 自由課題　4. 感想戦

表記は次の順にしてあります。 氏名、所在県名、所属校名、学年、表彰対象のテーマ。

5. 第27回日本数学コンクール参加状況一覧

(1)シニア個人戦　　　　参加数　78

会場	地域	学校所在地	性別	高校生 1年		高校生 2年		高校生 3年		計	
名古屋大学	中部	愛知	男	15	16	13	15	2	3	30	34
			女	1		2		1		4	
		岐阜	男	3	3	3	4	0	0	6	7
			女	0		1		0		1	
		三重	男	2	2	1	1	1	1	4	4
			女	0		0		0		0	
		静岡	男	1	1	0	0	0	0	1	1
			女	0		0		0		0	
	関東	東京	男	2	3	0	0	0	0	2	3
			女	1		0		0		1	
	小計		男	22	24	17	20	3	4	42	49
			女	2		3		1		6	
津高校	中部	三重	男	2	2	0	0	0	0	2	2
			女	0		0		0		0	
	小計		男	2	2	0	0	0	0	2	2
			女	0		0		0		0	
大手前高校	近畿	大阪	男	7	8	13	15	0	0	20	23
			女	1		2		0		3	
		奈良	男	0	0	0	0	1	1	1	1
			女	0		0		0		0	
	九州	佐賀	男	0	0	1	1	0	0	1	1
			女	0		0		0		0	
	小計		男	7	8	14	16	0	0	21	25
			女	1		2		0		3	
橋本市	近畿	和歌山	男	1	1	0	0	0	0	1	1
			女	0		0		0		0	
	小計		男	1	1	0	0	0	0	1	1
			女	0		0		0		0	
福井大学	中部	福井	男	0	0	0	0	0	0	0	0
			女	0		0		0		0	
	近畿	和歌山	男	0	0	1	1	0	0	1	1
			女	0		0		0		0	
	小計		男	0	0	1	1	0	0	1	1
			女	0		0		0		0	
合計			男	31	34	32	37	3	4	66	78
			女	3		5		1		9	

(2)シニア団体戦　　　　　　　　　　　　参加数　100

会場	地域	学校所在地	性別	高校生 1年		高校生 2年		高校生 3年		計	
名古屋大学	中部	愛知	男	18	25	5	10	0	0	23	35
			女	7		5		0		12	
		岐阜	男	3	3	4	4	4	4	11	11
			女	0		0		0		0	
		三重	男	7	9	8	13	0	0	15	22
			女	2		5		0		7	
	小計		男	28	37	17	27	4	4	49	68
			女	9		10		0		19	
津高校	中部	三重	男	1	1	12	13	0	0	13	14
			女	0		1		0		1	
	小計		男	1	1	12	13	0	0	13	14
			女	0		1		0		1	
大手前高校	近畿	大阪	男	0	0	0	0	0	0	0	0
			女	0		0		0		0	
		奈良	男	0	0	8	8	0	0	8	8
			女	0		0		0		0	
	小計		男	0	0	8	8	0	0	8	8
			女	0		0		0		0	
橋本市	近畿	奈良	男	4	4	0	0	0	0	4	4
			女	0		0		0		0	
	関東	東京	男	0	0	2	2	0	0	2	2
			女	0		0		0		0	
	小計		男	4	4	2	2	0	0	6	6
			女	0		0		0		0	
福井大学	中部	福井	男	0	4	0	0	0	0	0	4
			女	4		0		0		4	
	小計		男	0	4	0	0	0	0	0	4
			女	4		0		0		4	
合計			男	33	46	39	50	4	4	76	100
			女	13		11		0		24	

第27回日本数学コンクール参加校一覧

学校所在都道府県	学校名
愛知県	愛知県立一宮工業高等学校
	愛知県立瑞陵高等学校
	愛知高等学校
	愛知啓成高等学校
	愛知県立旭丘高等学校
	愛知県立一宮興道高等学校
	愛知県立一宮西高等学校
	愛知県立刈谷東高等学校
	愛知県立五条高等学校
	愛知県立時習館高等学校
	愛知県立津島高等学校
	愛知県立豊田西高等学校
	愛知県立明和高等学校
	愛知県立木曽川高等学校
	海陽中等教育学校
	椙山女学園高等学校
	大同大学大同高等学校
	滝高等学校
	東海高等学校
	東邦高等学校
	名古屋大学教育学部附属高等学校・中学校
静岡県	静岡県立浜松北高等学校

学校所在都道府県	学校名
岐阜県	岐阜県立恵那高等学校
	岐阜県立大垣東高等学校
	岐阜県立斐太高等学校
三重県	鈴鹿高等学校
	三重県立四日市高等学校
	暁中学校・高等学校
	高田高等学校
	三重県立伊勢高等学校
	三重県立津高等学校
東京都	桜蔭高等学校
	筑波大学付属駒場高等学校
	東京都立武蔵高等学校
大阪府	近畿大学附属高等学校
	大阪府立四條畷高等学校
	大阪府立大手前高等学校
和歌山県	和歌山県立粉河高等学校
	きのくに国際高等専修学校
奈良県	智辯学園高等学校
	奈良工業高等専門学校
福井県	福井県立大野高等学校
佐賀県	佐賀県立佐賀西高等学校

第20回日本ジュニア数学コンクール参加状況一覧

(3)ジュニア個人戦　　参加数　42

会場	地域	学校所在地	性別	5年	6年	中学生 1年		2年		3年		計	
名古屋大学	中部	愛知	男	0	0	5	7	3	3	9	12	17	22
			女	0	0	2		0		3		5	
		岐阜	男	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			女	0	0	0		0		0		0	
		三重	男	0	0	0	0	1	1	2	2	3	3
			女	0	0	0		0		0		0	
		静岡	男	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			女	0	0	0		0		0		0	
	関東	東京	男	0	0	0	2	1	1	0	0	1	3
			女	0	0	2		0		0		2	
		神奈川	男	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2
			女	0	0	0		0		0		0	
		山梨	男	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
			女	0	0	0		0		0		0	
	小計		男	0	0	5	9	6	6	12	15	23	30
			女	0	0	4		0		3		7	
津高校	中部	三重	男	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
			女	0	0	0	0	0		0		0	
	小計		男	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
			女	0	0	0		0		0		0	
大手前高校	近畿	奈良	男	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
			女	0	0	0		0		0		0	
		愛知	男	0	0	2	2	0	0	0	0	2	2
			女	0	0	0		0		0		0	
	小計		男	0	0	2	2	0	0	1	1	3	3
			女	0	0	0		0		0		0	
橋本市	近畿	和歌山	男	1	0	0	1	2	2	2	2	5	6
			女	0	0	1		0		0		1	
		奈良	男	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
			女	0	0	0		0		0		0	
	小計		男	1	0	0	1	2	2	3	3	6	7
			女	0	0	1		0		0		1	
福井大学	中部	福井	男	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
			女	0	0	0		0		0		0	
	小計		男	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
			女	0	0	0		0		0		0	
合計			男	1	0	9	14	8	8	16	19	34	42
			女	0	0	5		0		3		8	

（4）ジュニア団体戦　　　　　　　　参加数　209

会場	地域	学校所在地	性別	中学生 1年		中学生 2年		中学生 3年		計	
名古屋大学	中部	愛知	男	26	37	21	30	16	34	63	101
			女	11		9		18		38	
		岐阜	男	0	0	0	2	7	11	7	13
			女	0		2		4		6	
		三重	男	4	8	13	18	11	16	28	42
			女	4		5		5		14	
	関東	東京	男	1	2	0	0	0	4	1	6
			女	1		0		4		5	
		神奈川	男	1	1	0	0	0	0	1	1
			女	0		0		0		0	
	小計		**男**	**32**	**48**	**34**	**50**	**34**	**65**	**100**	**163**
			女	**16**		**16**		**31**		**63**	
津高校	中部	三重	男	13	20	8	8	4	8	25	36
			女	7		0		4		11	
	小計		**男**	**13**	**20**	**8**	**8**	**4**	**8**	**25**	**36**
			女	**7**		**0**		**4**		**11**	
橋本市	近畿	和歌山	男	0	0	0	0	2	2	2	2
			女	0		0		0		0	
		奈良	男	0	0	4	4	0	0	4	4
			女	0		0		0		0	
	小計		**男**	**0**	**0**	**4**	**0**	**2**	**2**	**6**	**6**
			女	**0**		**0**		**0**		**0**	
福井大学	中部	福井	男	0	0	0	0	4	4	4	4
			女	0		0		0		0	
	小計		**男**	**0**	**0**	**0**	**0**	**4**	**4**	**4**	**4**
			女	**0**		**0**		**0**		**0**	
合計			男	**45**	**68**	**46**	**62**	**44**	**79**	**135**	**209**
			女	**23**		**16**		**35**		**74**	

第20回日本ジュニア数学コンクール参加校一覧

学校所在都道府県	市町村	学校名
愛知県	名古屋市	椙山女学園中学校
		東海中学校
		名古屋市立一柳中学校
		名古屋市立原中学校
		名古屋市立志段味中学校
		名古屋市立汐路中学校
		名古屋市立川名中学校
		名古屋市立猪子石中学校
		名古屋大学教育学部附属高等学校・中学校
	刈谷市	刈谷市立依佐美中学校
	江南市	滝中学校
	瀬戸市	瀬戸市立品野中学校
	豊川市	豊川市立南部中学校
	碧南市	碧南市立東中学校
	蒲郡市	海陽中等教育学校
		蒲郡市立蒲郡中学校
		蒲郡市立大塚中学校
	豊田市	豊田市立崇化館中学校
	知多郡	東浦町立北部中学校
	丹羽郡	扶桑町立扶桑中学校

学校所在都道府県	市町村	学校名
岐阜県	中津川市	岐阜県中津川市立苗木中学校
三重県	四日市市	暁中学校・高等学校
	鈴鹿市	鈴鹿中学校
東京都	荒川区	開成中学校
	世田谷区	筑波大学附属駒場中学校
	千代田区	白百合学園中学校
神奈川県	文京区	桜蔭中学校
	鎌倉市	栄光学園中学校
		鎌倉学園中学校
奈良県	奈良市	東大寺学園中学校
三重県	鈴鹿市	鈴鹿中学校
	津市	三重大学教育学部附属中学校
和歌山県	橋本市	きのくに子どもの村学園中学校
		橋本市立紀見北中学校
		橋本市立高野口中学校
		和歌山県立古佐田丘中学校
		橋本市立橋本小学校
	紀の川市	紀の川市立粉河中学校
	五條市	智辯学園中学校
福井県	福井市	福井大学教育学部附属中学校

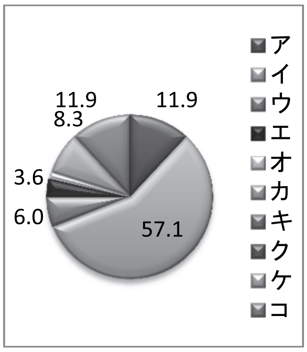
６．参加者アンケート調査結果

日本数学コンクール【個人戦】

アンケート総数　77

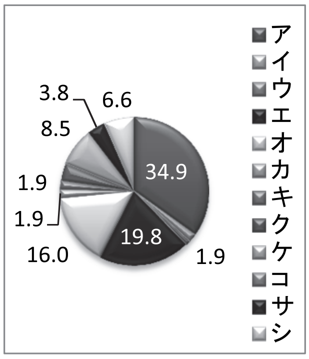
1．今回のコンクールの開催については，どのようにして知りましたか。

ア	学校の掲示を見て	10 人	（ 11.9 %）
イ	先生から	48 人	（ 57.1 %）
ウ	友人から	5 人	（ 6.0 %）
エ	両親から	3 人	（ 3.6 %）
オ	兄弟姉妹から	1 人	（ 1.2 %）
カ	新聞で	0 人	（ 0.0 %）
キ	ラジオ・テレビで	0 人	（ 0.0 %）
ク	雑誌で	0 人	（ 0.0 %）
ケ	日本数学コンクールのホームページから	7 人	（ 8.3 %）
コ	その他	10 人	（ 11.9 %）
○	去年参加したから	6 人	
○	3年前に参加したから	1 人	
○	部活動	3 人	



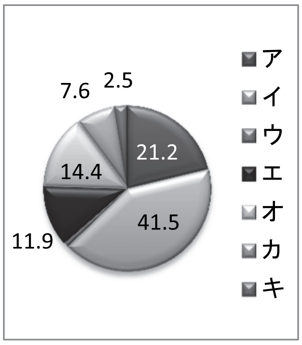
2．今回のコンクールを受けようと思ったきっかけは何ですか。

ア	数学が好きだから	37 人	（ 34.9 %）
イ	数学が好きになりたいと思ったから	2 人	（ 1.9 %）
ウ	数学が苦手だから	1 人	（ 0.9 %）
エ	以前参加して有意義だったから	21 人	（ 19.8 %）
オ	先生に勧められたから	17 人	（ 16.0 %）
カ	両親に勧められたから	2 人	（ 1.9 %）
キ	友人に誘われたから	2 人	（ 1.9 %）
ク	名古屋大学のキャンパスに関心があったから	4 人	（ 3.8 %）
ケ	何となく興味があったから	9 人	（ 8.5 %）
コ	参考書持参が自由だから	0 人	（ 0.0 %）
サ	コンクールの雰囲気を味わいたいから	4 人	（ 3.8 %）
シ	その他	7 人	（ 6.6 %）
○	部活動の一環として	6 人	
○	名古屋に行きたかったから	1 人	



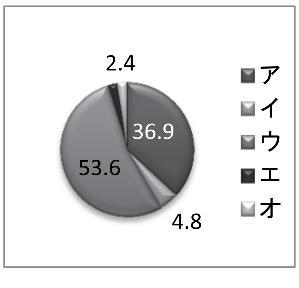
3．今回のコンクールの問題については，どのように感じましたか。

ア	問題が難しいと思った	25 人	（ 21.2 %）
イ	問題は難しいけれど楽しかった	49 人	（ 41.5 %）
ウ	問題が難しいと思わなかった	1 人	（ 0.8 %）
エ	学校での問題とは、かなり内容が違うと思った	14 人	（ 11.9 %）
オ	数学の学問的広さを感じた	17 人	（ 14.4 %）
カ	問題文の意味が分かりにくい	9 人	（ 7.6 %）
キ	その他	3 人	（ 2.5 %）
○	例年より問題数が多いと感じた	1 人	
○	自分には短く感じた	1 人	
○	今までと比べて、問題がかなり偏っているように感じた（図形ばかり）	1 人	



4．今回のコンクールに参加して，今後のことをどう思いますか。

ア	勉強の励みになると思う	31 人	（ 36.9 %）
イ	今後の進路を考える参考になると思った	4 人	（ 4.8 %）
ウ	数学に対するイメージがこれまでより広くなった	45 人	（ 53.6 %）
エ	数学に対するイメージがこれまでより悪くなった	2 人	（ 2.4 %）
オ	その他	2 人	（ 2.4 %）
○	様々なことに数学で説明をつけると説得力が増すなぁと思っ	1 人	
○	数I・Aは大事だなととくに思った	1 人	



5．数学以外の分野でも同じようなコンクールがあったらよいと思いますか。

18名 物理
16名 化学
3名 情報
3名 地理
3名 生物
2名 歴史
2名 科学
＊ その他（各1名ずつ）
英語、現代文、語学、心理、地学、哲学、一般理科

6．今までで何か数学に関する本で特に興味を持って読んだものがあったら書いてください。

7名 数学ガール
4名 浜松渚の計算ノートシリーズ
3名 フェルマーの最終定理
2名 数の悪魔

＊ その他（各1名ずつ）
算法少女、のんびり数学研究会、数学の大統一に挑む、初めてのガロア理論、素数の音楽、明解ガロア理論、集合・位相入門、方程式の歴史について、数学は世界を変える、暗号解読、ポアンカレ予想、なぜ数学を学ぶのか、四色問題、ビッグクエスチョンズ数学、意味がわかれば数学の風景が見えてくる、数学のおもちゃ箱、なっとくする群、環、体、プログラミングコンテストチャレンジブック、暗号の国のアリス、数学図鑑、マイク・ゴールドスミス、ニュートン

7．名古屋大学では数学についての公開形式のセミナーを，「数理ウェーブ」という名で開催しています。講演者は主に名古屋大学の教員と院生で，話題は数学コンクールの問題に関連したものから素粒子論まで様々です。数理ウェーブの開催日は10月～1月と3月～6月の第4土曜日で，場所は名古屋大学多元数理科学棟509講義室，題目や要旨はインターネットで公開しています。（名大のホームページにリンクしています。）今年度開催された講演のテーマは次のとおりです。

4月23日(土)「ガロア理論と体の広がり」「P≠NP予想の話」
5月28日(土)「素数を数える～素数定理とその周辺～」「三角不等式の高次元化」
6月25日(土)「直観主義論理入門～証明と計算の関係について～」
「キャベツの黄金比～数学コンクールの問題から～」

A 数理ウェーブが行われていることを知っていますか。

①知っている	24 人	(31.2 %)
②知らない	51 人	(66.2 %)

B これから数理ウェーブに参加する希望はありますか。

①ある	12 人	(15.6 %)
②ない	9 人	(11.7 %)
③わからない	54 人	(70.1 %)

C これから数理ウェーブで行ってほしいテーマがあったら書いてください。

- 計算複雑性理論について
- 代数幾何入門
- 化学や物理
- 無理数について
- 白銀比
- フェルマーの最終定理
- 対数
- 整数論
- 高次元
- 整数問題全般
- 数列
- グラフ理論（オイラー路、ハミルトン路など）
- 論理学（数学だけにとどまらず、幅広い分野で）
- 確率論
- シュタイナー問題
- 図形
- リーマン予想
- どのようにすれば四次元ポケットをつくれるか
- 機械学習（AI関係など）

８．その他，感想があれば何でも結構ですから書いてください。

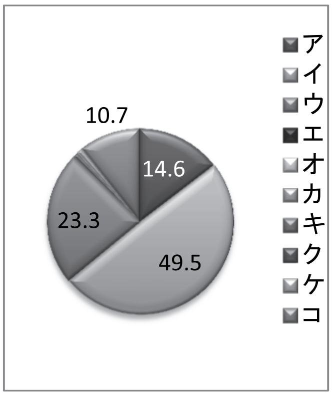
- 図の下手さをひしひしと感じさせられました。疲れました。
- 力不足だったのでしっかり勉強して来年は全ての問題を解けるようにしてまた受けたいと思いました。
- これ以上問題を解答しなくてもよい状況になったら帰宅してもよいでしょうか。
- 今、個人的に自転車のことについて研究をしており、大問の2はよく復習しようと思った。数学から社会へとつながるものがパターン化してきている気がしたので、もう少し突破する何かがあったほうがよいかもしれない。生物学並みに閉じた世界を感じた。確かに中が広くとも、各出入口の狭い石灰岩地形のよう。
- 数理ウェーブは、土曜日では来られないので日、祝に開催してほしい
- 数学本当に楽しい
- 問題冊子で、1問がページの裏表両側に書かれていて解きづらかったです。
- 有名問題が多い
- 楽しかったぜよ
- 問題を解く時間が長いので、問題を解くことだけでなくそこから今後の研究要素を見出すことができ、とても有意義な時間を過ごせた。
- つくえは個人別々のほうがよかったです。邪魔されないし
- たった数問しか解けなくて、自分の力不足を感じました。
- とても難しかったです。あと、5時間半という時間は長く感じました。今回は図形関連の問題が多く、私は図形が苦手なので、特に難しく感じました。でも、ついこの間のSSHアラカルトできいた内容と関連付けて考えられる問題もあり、楽しんで解くことができました。
- この問題を作った人は凄いですね･･･、手も足も出ませんでした。
- 6時間弱考え続けるため、忍耐力が鍛えられると思った。
- 難しい
- とても楽しかったのでまた参加したい。
- 楽しかった。
- 来年も参加したい。
- 図形に関わる問題を非常に楽しく考えることができた。
- とても楽しく、充実した時間でした。来年もぜひ、参加したいです。
- 大問5は解けそうで解けなくて残念だった。大問1は良かった。
- 九州でも行ってください。
- とても楽しかったです。
- ちんぷんかんぷんだった。
- 思っていたよりも図形問題が多かった。
- 楽しかった。
- ありがとうございました。

日本数学コンクール【団体戦】

アンケート総数　98

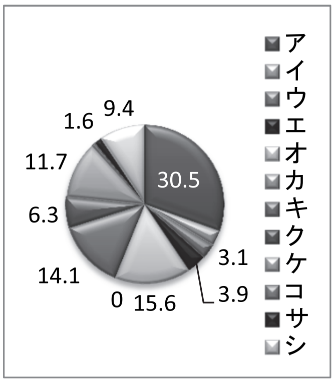
1．今回のコンクールの開催については，どのようにして知りましたか。

ア 学校の掲示を見て	15 人	（ 14.6 %）
イ 先生から	51 人	（ 49.5 %）
ウ 友人から	24 人	（ 23.3 %）
エ 両親から	0 人	（ 0.0 %）
オ 兄弟姉妹から	0 人	（ 0.0 %）
カ 新聞で	0 人	（ 0.0 %）
キ ラジオ・テレビで	1 人	（ 1.0 %）
ク 雑誌で	0 人	（ 0.0 %）
ケ 日本数学コンクールのホームページから	1 人	（ 1.0 %）
コ その他	11 人	（ 10.7 %）
○ 部活動	5 人	
○ 去年も参加したから	2 人	
○ 招かれた	1 人	
○ 招待状	1 人	
○ はがき	1 人	



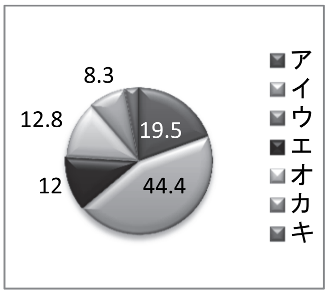
2．今回のコンクールを受けようと思ったきっかけは何ですか。

ア 数学が好きだから	39 人	（ 30.5 %）
イ 数学が好きになりたいと思ったから	4 人	（ 3.1 %）
ウ 数学が苦手だから	4 人	（ 3.1 %）
エ 以前参加して有意義だったから	5 人	（ 3.9 %）
オ 先生に勧められたから	20 人	（ 15.6 %）
カ 両親に勧められたから	0 人	（ 0.0 %）
キ 友人に誘われたから	18 人	（ 14.1 %）
ク 名古屋大学のキャンパスに関心があったから	8 人	（ 6.3 %）
ケ 何となく興味があったから	15 人	（ 11.7 %）
コ 参考書持参が自由だから	1 人	（ 0.8 %）
サ コンクールの雰囲気を味わいたいから	2 人	（ 1.6 %）
シ その他	12 人	（ 9.4 %）
○ 部活動の一環として	8 人	
○ 今後の進路のために	1 人	
○ 過去問を見ておもしろそうだったから	1 人	



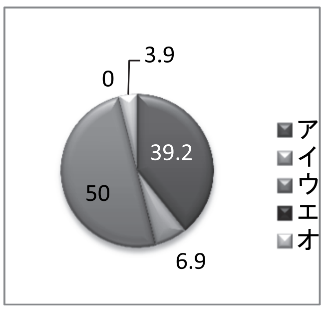
3．今回のコンクールの問題については，どのように感じましたか。

ア 問題が難しいと思った	26 人	（ 19.5 %）
イ 問題は難しいけれど楽しかった	59 人	（ 44.4 %）
ウ 問題が難しいと思わなかった	0 人	（ 0.0 %）
エ 学校での問題とは、かなり内容が違うと思った	16 人	（ 12.0 %）
オ 数学の学問的広さを感じた	17 人	（ 12.8 %）
カ 問題文の意味が分かりにくい	11 人	（ 8.3 %）
キ その他	4 人	（ 3.0 %）
○ 楽しいが難しいが収束した	1 人	
○ 楽しかった	1 人	



4．今回のコンクールに参加して，今後のことをどう思いますか。

ア 勉強の励みになると思う	40 人	（ 39.2 %）
イ 今後の進路を考える参考になると思った	7 人	（ 6.9 %）
ウ 数学に対するイメージがこれまでより広くなった	51 人	（ 50.0 %）
エ 数学に対するイメージがこれまでより悪くなった	0 人	（ 0.0 %）
オ その他	4 人	（ 3.9 %）
○ 文転します	1 人	
○ 数学に楽しく取り組めると思う	1 人	



5．数学以外の分野でも同じようなコンクールがあったらよいと思いますか。

14名 化学
20名 物理
5名 情報
4名 歴史
3名 地学
2名 保健体育

＊ その他（各1名ずつ）
数学パズル、計算コンクール、生物、電子部品の実技、生活力、古典、マナー、高校生クイズ、世界神話、ポケモン、パズル、哲学、英語、国語

6．今までで何か数学に関する本で特に興味を持って読んだものがあったら書いてください。

9名 チャート式
5名 数学ガール
4名 参考書
3名 高校数学の美しい物語、数学の夢 -素数からの広がり、ニュートン
2名 浜松渚の計算ノート、微分・積分

＊ 各1名ずつ
正多面体を解く、数独の本、最高水準問題集、数学的な感覚の探求、面白くて眠れなくなる数学、数の世界、π、数の悪魔、寿司虚空編、教科書、お任せ数学屋さん、線型代数入門、天才数学者たちはこう考えた、群論

7．名古屋大学では数学についての公開形式のセミナーを，「数理ウェーブ」という名で開催しています。講演者は主に名古屋大学の教員と院生で，話題は数学コンクールの問題に関連したものから素粒子論まで様々です。数理ウェーブの開催日は10月～1月と3月～6月の第4土曜日で，場所は名古屋大学多元数理科学棟509講義室，題目や要旨はインターネットで公開しています。（名大のホームページにリンクしています。）今年度開催された講演のテーマは次のとおりです。

4月23日(土)「ガロア理論と体の広がり」「P≠NP予想の話」
5月28日(土)「素数を数える～素数定理とその周辺～」「三角不等式の高次元化」
6月25日(土)「直観主義論理入門～証明と計算の関係について～」
「キャベツの黄金比～数学コンクールの問題から～」

A 数理ウェーブが行われていることを知っていますか。

①知っている	9 人	(9.2 %)
②知らない	88 人	(89.8 %)

B これから数理ウェーブに参加する希望はありますか。

①ある	6 人	(6.1 %)
②ない	23 人	(23.5 %)
③わからない	68 人	(69.4 %)

C これから数理ウェーブで行ってほしいテーマがあったら書いてください。

○ フィボナッチ数列の奥深さ
○ オイラーの公式
○ πの探求
○ πの求め方
○ 「1+2+3+……＝負の数になる」式について
○ 素数定理
○ グラフ理論
○ 図形
○ ゼータζ
○ ゼータ
○ フーリエ級数
○ 宇宙に関するテーマ
○ 二次関数について
○ 音楽と数学の関係
○ 数列
○ フェルマーの最終定理
○ ドラえもんの道具「バイバイン」について、ドラえもんの出演キャラクターのジャイアンの声は実際には何デシベルか？
○ ドラえもんの道具を公式化
○ 身近な数学を3Dモデルで表す
○ ポケモンに与えるダメージと3値（種族値、努力値、個体値）の関係
○ 美術をまじえた数理ウェーブ
○ リーマン予想
○ ソフトマックス関数
○ 情報
○ 素数
○ 三平方の定理
○ 地球について
○ 遺伝子の規則性

8．その他，感想があれば何でも結構ですから書いてください。

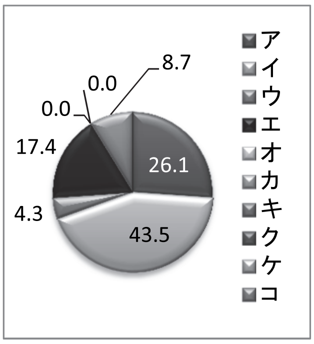
- 楽しかったです。ありがとうございました。
- もう少し、難度を下げてほしい。もう一度、日どりの問題をやってみたい。
- 問題がとても難しく、落としどころが多かった。
- 自分の愚かさと自分の無知さと数学の無限の可能性を感じ、いかに自分が井の中の蛙かを知った。
- １個の考えがうまくいかなくなったときに思考が停止してしまった。もっと幅広い発想が重要だと思った。
- とても難しい。
- 楽しかったですっ！！！
- たのしかったです！
- とても問題がおもしろかった。
- 問題が難しかったが、数学に対するイメージが広がり楽しかった。
- とても難しかったがやりがいがあった。
- 隣や遠くからネタバレワードが飛びかっている。
- とても楽しかったです。ありがとうございました。
- 数学をこんな一生懸命解いたのは久しぶりだったので良い機会だった。もっと身近にある問題を解くのが楽しそうだと思った。
- 楽しかったです。
- 頭を使う問題揃いで、達成感がありました！！
- 良い経験になった。
- じっくり時間をかけて友だちと解くのは楽しかったです！
- 友達と協力しながらとくのがたのしかった。
- それぞれの得意分野や、自信のある役割で分担して行え、協力してできたのは楽しかった。勉強が特別好きとか、数学がかなり得意という訳でなくても、時間を忘れて熱中するほど有意義な時間が過ごせたと思う。解答用紙は最初の時点で2・3枚くれるともっとスムーズに進められると思う。
- 問題については非常に難易度が高かったので導くまでに困難でした。
- 数学と日常とは違う向き合い方ができてよかった。
- コンビニが近かった。とても良い問題で楽しくとり組むことができた。また来たいと思います。
- 僕はほとんど活躍できなかったので悲しかったです。
- ありがとうございました。
- 己の無力さ、非力さに無念を抱くとともに疎外感をも感じた。故に、真の力を得んとする為に、今日よりより勉学に励もうと思う。
- 昨年度ジュニア部門で初めて参加し、友人と共に1つの問題に取り組むのが楽しく、今年度も参加を決めました。数学は苦手分野ですが、面白味を感じ、解けたときの達成感は気持ちよかったです。
- 雰囲気が普通のテストとはちがうもので楽しかったです。
- 面白い問題ばかりで、後で他の問題も考えてみたい。
- 1つの問題にこれだけの時間をかけたのは初めてでした。団体戦でかつ飲食OKなので、非常にリラックスして取り組むことができました。この数学に対する情熱を、これからも持ち続けていきたいです。
- 疲れた
- 何でもありすぎて逆に困った。
- 数学の楽しさをひきだしてくれていた。
- 数学に関してより興味がわいた。
- 難しかったです。
- 問題が思っていたものよりはるかに難しかったです。
- 来年も来たい。
- 時間が長いように思えて、とても短かった。その分充実していて楽しかったので、また参加したい！
- とても楽しかったです。来年も受けてみたいと思いました。
- とても疲れました。しかし、その分達成感もありました。

日本ジュニア数学コンクール【個人戦】

アンケート総数　42

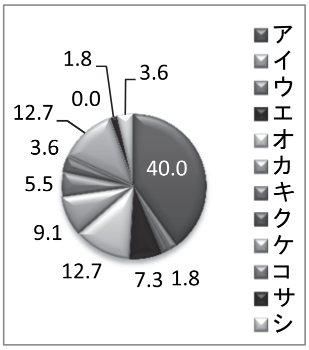
1．今回のコンクールの開催については，どのようにして知りましたか。

ア 学校の掲示を見て	12 人	(26.1 %)
イ 先生から	20 人	(43.5 %)
ウ 友人から	2 人	(4.3 %)
エ 両親から	8 人	(17.4 %)
オ 兄弟姉妹から	0 人	(0.0 %)
カ 新聞で	0 人	(0.0 %)
キ ラジオ・テレビで	0 人	(0.0 %)
ク 雑誌で	0 人	(0.0 %)
ケ 日本数学コンクールのホームページから	0 人	(0.0 %)
コ その他	4 人	(8.7 %)
〇 以前もらったプリント	1 人	
〇 SSHの取り組みによる	1 人	
〇 講座	1 人	
〇 塾の先生から	1 人	



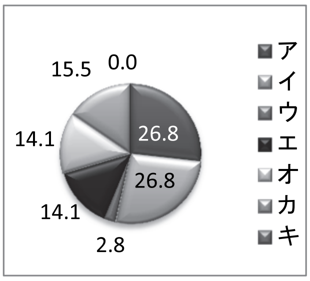
2．今回のコンクールを受けようと思ったきっかけは何ですか。

ア 数学が好きだから	22 人	(40.0 %)
イ 数学が好きになりたいと思ったから	1 人	(1.8 %)
ウ 数学が苦手だから	1 人	(1.8 %)
エ 以前参加して有意義だったから	4 人	(7.3 %)
オ 先生に勧められたから	7 人	(12.7 %)
カ 両親に勧められたから	5 人	(9.1 %)
キ 友人に誘われたから	3 人	(5.5 %)
ク 名古屋大学のキャンパスに関心があったから	2 人	(3.6 %)
ケ 何となく興味があったから	7 人	(12.7 %)
コ 参考書持参が自由だから	0 人	(0.0 %)
サ コンクールの雰囲気を味わいたいから	1 人	(1.8 %)
シ その他	2 人	(3.6 %)
〇 前回楽しかったから	1 人	
〇 成り行き	1 人	



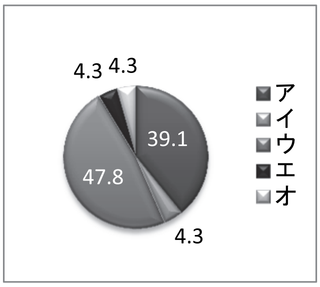
3．今回のコンクールの問題については，どのように感じましたか。

ア 問題が難しいと思った	19 人	(26.8 %)
イ 問題は難しいけれど楽しかった	19 人	(26.8 %)
ウ 問題が難しいと思わなかった	2 人	(2.8 %)
エ 学校での問題とは、かなり内容が違うと思った	10 人	(14.1 %)
オ 数学の学問的広さを感じた	10 人	(14.1 %)
カ 問題文の意味が分かりにくい	11 人	(15.5 %)
キ その他	0 人	(0.0 %)



4．今回のコンクールに参加して，今後のことをどう思いますか。

ア 勉強の励みになると思う	18 人	(39.1 %)
イ 今後の進路を考える参考になると思った	2 人	(4.3 %)
ウ 数学に対するイメージがこれまでより広くなった	22 人	(47.8 %)
エ 数学に対するイメージがこれまでより悪くなった	2 人	(4.3 %)
オ その他	2 人	(4.3 %)
〇 より数学力を高めたい	1 人	
〇 何も思わない	1 人	



5．数学以外の分野でも同じようなコンクールがあったらよいと思いますか。
あれば，それはどのような分野ですか。

4名 化学
4名 科学
3名 物理
2名 生物
2名 理科

＊ その他（各1名ずつ）
国語の文法、英語、論理、情報、推理、社会、百人一首、かるた

6．今までで何か数学に関する本で特に興味を持って読んだものがあったら書いてください。

2名 高校への数学

＊ その他（各1名ずつ）
数学オリンピックチャンピオンの美しい解き方、初等整数論講義、数独を数学する、数の悪魔、数学ガール、とけいのほん1・2、
コンピュータは数学者になれるのか？、科学雑誌NEWTON、ジュニア数学オリンピック2011～2015、浜村渚の計算ノート、教科書、πの話

7．名古屋大学では数学についての公開形式のセミナーを，「数理ウェーブ」という名で開催しています。講演者は主に名古屋大学の教員と院生で，話題は数学コンクールの問題に関連したものから素粒子論まで様々です。数理ウェーブの開催日は10月～1月と3月～6月の第4土曜日で，場所は名古屋大学多元数理科学棟509講義室，題目や要旨はインターネットで公開しています。（名大のホームページにリンクしています。）今年度開催された講演のテーマは次のとおりです。

4月23日（土）「ガロア理論と体の広がり」「P≠NP予想の話」
5月28日（土）「素数を数える～素数定理とその周辺～」「三角不等式の高次元化」
6月25日（土）「直観主義論理入門～証明と計算の関係について～」
「キャベツの黄金比～数学コンクールの問題から～」

A 数理ウェーブが行われていることを知っていますか。

①知っている	13 人	（ 31.0 %）
②知らない	28 人	（ 66.7 %）

B これから数理ウェーブに参加する希望はありますか。

①ある	11 人	（ 26.2 %）
②ない	6 人	（ 14.3 %）
③わからない	24 人	（ 57.1 %）

C これから数理ウェーブで行ってほしいテーマがあったら書いてください。
○ 楕円曲線とフェルマーの最終定理
○ 数学者の十徳ナイフ～行列～
○ 生物
○ 名古屋大学のことについて
○ 黄金比はなぜ決められたのか
○ P≠NP予想以外の懸賞金問題の話
○ 規則性

8．その他，感想があれば何でも結構ですから書いてください。

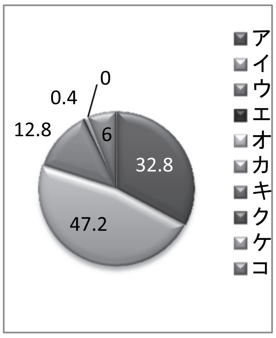
○ 全く歯が立たなかった。
○ とても難しく、一問一問に時間をかけた。
○ とても難しかったが、おもしろかった。
○ 問題文を読んでいて、分からない用語がいくつもでてきて混乱し、勉強不足だと痛感した。
○ 問題文の難しい言葉に、解説を入れていただけるとありがたいです。
○ 数学の可能性は無限であると思った。
○ 参考書が使えたのはうれしい。
○ 指定された教室にたどりつくまでに苦労した。もう少し分かりやすければよいと思う。問題は難しかった。特に問1は非常におもしろかった。
○ 問題がわからなすぎて、中学1年の自分には合わないなと思いました。
○ 今回の数学コンクールで、こたえがあっているかどうかはわからないけれど、解けたとき、とてもうれしくなった問題がありました（作図）。また参加したいです。
○ 難しすぎるヨ。これ中1には問題の意味もないかも分からないアル。もうちょっとだけ問題の年齢層を広くするといいと思いますネ。でもコレ高校とか中学とか大学で習うんですよネ、がんばります。これじゃ私ニートになってしまうヨ大変アル。きりかえてスポーツとかどうでしょう？カンフーとか。それをきわめれば将来やっていけると思いますか？
○ 問題を学年別に分けてほしい。問題をもう少し分かりやすくしてほしい。中1じゃできない問題が多すぎる。
○ 問題文を分かりやすくしてほしい。
○ むずかしかったけれど、とても楽しかったです。
○ 難しかったけれど、数学という教科の視野が広がった。
○ もっと回答時間を増やしてほしい。
○ 学校ではやった事のない面白い問題ばかりで楽しかったです。また機会があれば挑戦したいと思います。ありがとうございました。
○ 難しかったけど、学校でやるようなことではないので、楽しかったです。次は、もう少し数学を習ってからちょうせんしてみたいです。
○ 問題ならっていないのが出てトンチンカンチンでした。
○ 少し暑かった。長い時間集中しようと思うと、大きな敵となった。

日本ジュニア数学コンクール【団体戦】

アンケート総数　209

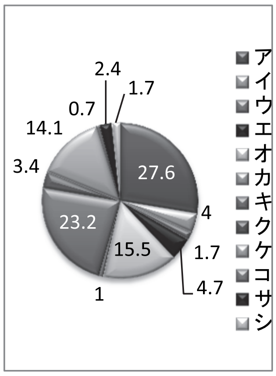
1．今回のコンクールの開催については，どのようにして知りましたか。

ア 学校の掲示を見て	77 人	（ 32.8 %）
イ 先生から	111 人	（ 47.2 %）
ウ 友人から	30 人	（ 12.8 %）
エ 両親から	1 人	（ 0.4 %）
オ 兄弟姉妹から	2 人	（ 0.9 %）
カ 新聞で	0 人	（ 0.0 %）
キ ラジオ・テレビで	0 人	（ 0.0 %）
ク 雑誌で	0 人	（ 0.0 %）
ケ 日本数学コンクールのホームページから	0 人	（ 0.0 %）
コ その他	14 人	（ 6.0 %）
○ 去年も参加したから	7 人	
○ はがき	4 人	
○ 部活	2 人	
○ 学校の勧め	1 人	



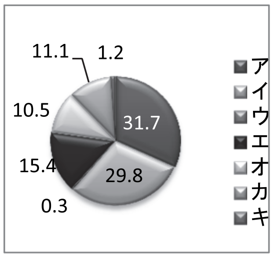
2．今回のコンクールを受けようと思ったきっかけは何ですか。

ア 数学が好きだから	82 人	（ 27.6 %）
イ 数学が好きになりたいと思ったから	12 人	（ 4.0 %）
ウ 数学が苦手だから	5 人	（ 1.7 %）
エ 以前参加して有意義だったから	14 人	（ 4.7 %）
オ 先生に勧められたから	46 人	（ 15.5 %）
カ 両親に勧められたから	3 人	（ 1.0 %）
キ 友人に誘われたから	69 人	（ 23.2 %）
ク 名古屋大学のキャンパスに関心があったから	10 人	（ 3.4 %）
ケ 何となく興味があったから	42 人	（ 14.1 %）
コ 参考書持参が自由だから	2 人	（ 0.7 %）
サ コンクールの雰囲気を味わいたいから	7 人	（ 2.4 %）
シ その他	5 人	（ 1.7 %）
○ 先輩からの誘い	2 人	
○ 前回入賞して気持ちよかったから	1 人	
○ ノリ	1 人	
○ 楽しそうだったから	1 人	



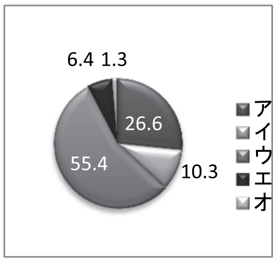
3．今回のコンクールの問題については，どのように感じましたか。

ア 問題が難しいと思った	103 人	（ 31.7 %）
イ 問題は難しいけれど楽しかった	97 人	（ 29.8 %）
ウ 問題が難しいと思わなかった	1 人	（ 0.3 %）
エ 学校での問題とは、かなり内容が違うと思った	50 人	（ 15.4 %）
オ 数学の学問的広さを感じた	34 人	（ 10.5 %）
カ 問題文の意味が分かりにくい	36 人	（ 11.1 %）
キ その他	4 人	（ 1.2 %）
○ 問題は難しいけれど、ひらめいたときは、すごくうれしかった。	1 人	
○ 自分の能力の低さを自覚した。	1 人	
○ 国語辞典が必要	1 人	
○ むずかしいがもう少し時間があればとけた。	1 人	



4．今回のコンクールに参加して，今後のことをどう思いますか。

ア 勉強の励みになると思う	62 人	（ 26.6 %）
イ 今後の進路を考える参考になると思った	24 人	（ 10.3 %）
ウ 数学に対するイメージがこれまでより広くなった	129 人	（ 55.4 %）
エ 数学に対するイメージがこれまでより悪くなった	15 人	（ 6.4 %）
オ その他	3 人	（ 1.3 %）
○ もっと勉強しないといけないと思った	1 人	
○ これからの数学に不安をもった	1 人	
○ もっとチャートをやろうと思った	1 人	



5. 数学以外の分野でも同じようなコンクールがあったらよいと思いますか。

25名 化学
18名 物理、歴史
15名 生物
13名 理科
12名 科学
8名 地理
7名 英語
6名 国語
5名 体育
3名 社会、料理、美術、漢字、雑学、技術
2名 アニメ、公民、地学、古文、算数、機械科学、英語の文章の和訳・英訳、英語の物語作成

＊ その他（各1名）
論、文系の科目、実験(科学・物理など)、国語(文法・文章・読解)、社会科学、角度、クイズ、時事、弁論大会、理数、計算、工学

6. 今までで何か数学に関する本で特に興味を持って読んだものがあったら書いてください。

6 名 浜村渚の計算ノート
4 名 自由自在、教科書
3 名 数学図鑑、数の悪魔
2 名 高校への数学、公式集、面白くて眠れなくなる数学、aha! Insight、博士の愛した数式、お任せ！数学屋さん

＊ その他（各1名ずつ）
NHKのポアンカレについての本、数学に恋したくなる話、ぼくらは数学のおかげで生きている、東大生の考えた魔法のノート、ゲーム理論、ギャンブルで勝てる数学、数学のすすめ、newton、チャート、暗殺教室 殺すう、面積パズル、算数頭をつくる秘密、数の冒険、渋滞学、円周率の値、SUGAKU、数学オリンピックの本、応用自在、確率の本、オイラーすごい、Focus Cold、わくわく数の世界の大冒険、単位の本、魔方陣の本、フェルマーの最終定理、大人のためのやりなおし講座　幾何学、ユークリッド原論を読み解く、原論、数学ガール

7. 名古屋大学では数学についての公開形式のセミナーを，「数理ウェーブ」という名で開催しています。講演者は主に名古屋大学の教員と院生で，話題は数学コンクールの問題に関連したものから素粒子論まで様々です。数理ウェーブの開催日は10月～1月と3月～6月の第4土曜日で，場所は名古屋大学多元数理科学棟509講義室，題目や要旨はインターネットで公開しています。（名大のホームページにリンクしています。）今年度開催された講演のテーマは次のとおりです。

4月23日(土)	「ガロア理論と体の広がり」「P≠NP予想の話」
5月28日(土)	「素数を数える～素数定理とその周辺～」「三角不等式の高次元化」
6月25日(土)	「直観主義論理入門～証明と計算の関係について～」 「キャベツの黄金比～数学コンクールの問題から～」

A 数理ウェーブが行われていることを知っていますか。

①知っている	13 人	(6.2 %)
②知らない	194 人	(92.8 %)

B これから数理ウェーブに参加する希望はありますか。

①ある	19 人	(9.1 %)
②ない	43 人	(20.6 %)
③わからない	144 人	(68.9 %)

C これから数理ウェーブで行ってほしいテーマがあったら書いてください。

4 名 相対性理論
3 名 円周率
2 名 ルート、ピタゴラスの定理、機械科学

＊ その他（各1名ずつ）
- 心理論
- フィボナッチ数列
- インド式
- 三角形の五心について（中学生向けの）
- 方程式（中学生向けの）
- 天文学
- 群集
- 三角法
- おもしろい数学
- 3Dプリンター（積分）
- 暗号解読
- 作図
- 今回の問題の解説（できれば小学生でもわかるほど噛み砕いて）
- 電卓の答えはすべてかならず正しいのか
- レタスの黄金比
- 宇宙
- 身の回りでよく目にする数字
- 「1+1=2」の証明
- エジプトの幾何学
- リーマン予想（中学生にも分かりやすく）
- ゲーテルの不完全定理

8．その他，感想があれば何でも結構ですから書いてください。

- ○ はじめにどの問にするのか決めるのが大切だと思った。
- ○ 友達は大切だと思った。健全な青春を過ごしていると思った。
- ○ 友達と真面目に楽しむのが健全でとても素敵でした。ずっと良い関係でいたいと思いました。
- ○ 問題がむずかしすぎてよく意味が分からなかった。
- ○ 難しかったけど、楽しかったです。採点よろしくお願いします。
- ○ 難しい。
- ○ この数学コンクールで出題された問題は学校で習うものと全然違って「こんなジャンルの問題もあるんだ」と思いました。
- ○ 難しい問題が多く、非常に多かったです。しかし、その分答えが導き出せたときの喜びは大きかったです。もっと知識を広めて、全て解けるようにしたいです。
- ○ 日ごろの数学とは違い自由度が高いと思った。そのためか数学の奥のふかさなどを特に感じた。どちらかと言うと、良いイメージへと変わった。
- ○ つかれました。でも、たのしかったです。
- ○ 疲れました。
- ○ 問題が難しくて疲れたけど楽しかった。
- ○ 問題が難しくて疲れたけど、自由な空間でできて、楽しかった。
- ○ 問題の意味が分かりづらい。
- ○ 身近なものを題材にしてほしい。分かりやすい文章、内容にしてほしい。
- ○ 難しかった。楽しかった。
- ○ 問題についての質問ができないのが少し大変だった。ただ、問題はとても楽しく勉強になったと思う。
- ○ 習っていないような「An」などがでて、まったく分からなかったが、いろいろ楽しくて来年も来たいと思う。
- ○ 応用がききすぎじゃない？（少し）むずい！！
- ○ 問題は難しくてとけたものもあったけど多分違うなというところもありました。でも楽しくできてよかったです。
- ○ 数学のレベルがすごいことがわかりました。
- ○ 問題がすごく難しかった。1年生は√などわからないものばかりで解けなかった。将来こんな難しいものをスラスラ解いているようになりたいと思った。
- ○ けっこう楽しかった。でも時間が長すぎて疲れた…
- ○ 友達と協力することによって、１人じゃ解けない問題が分かってとても楽しかった。
- ○ 初めてこの数コンに参加したんですが、問題の意味がよくわからず難しかったです！
- ○ このコンクールはものすごく問題がむずかしくて意味がわからなった。
- ○ 時間をかけて問題にとりくんで、少し答えが見えはじめたと思いきや実はまだ先があるという数学の迷路のような特徴が知れて面白いと感じました。
- ○ 数学は大の苦手で今回のコンクールもあまり乗り気じゃなかったけれど楽しかったです。普段、学校で解く問題とは全然違ってつまづくことも多かったけれど、友人と一緒に相談していくのは楽しかったです。
- ○ とても楽しかった。
- ○ とても楽しかった。
- ○ 問題がかなり難しく、考えても全然分からないものがとても多かったので、教科書の内容ではなく、自分の発想を使った問題にも取り組んでいこうと思いました。基本を使っての応用だと思うので、パターンとして覚えるだけでなく、どういう状況なら使えるのか、どんな公式などと合わせて使えるかを意識していきたいと思います。
- ○ 問題の文の意味が難しく、少し解きにくいところもありましたが、今回のコンクールではとても集中したので少し集中力がついたと思います。
- ○ とても難しくて頭が痛くなりました。でも話し合いなどができて、いい友達関係を作ることができました。「三人寄れば文殊の知恵」とは、このようなことだと実感しました。
- ○ 初めて参加しましたが、とても難しいと思いました。自分の未熟さを改めて感じました。2学期から、気持ちを切り替えがんばっていきたいです。
- ○ 今回の数学コンクールの問題はむずかしかったが、広く知ることができた。
- ○ 大問1問だけにこんだけ時間をかけたのは初めてで、集中力がいりました。それと、答えだけでなく説明する力も身につけることができ、とてもよかったです。
- ○ 楽しかったです。
- ○ 問題のすみなどにどのくらいのレベルの人（高校2年生など）が解くようなものか気になるのでのせてほしい。問題が難しかった。
- ○ 問題は面白いと思うが、問題文が難しかった。
- ○ 楽しかったです。問題文をもう少し簡単にしてほしい。
- ○ 難しかったです。
- ○ 楽しかったです。
- ○ 来年も来たいです。おもしろく難しい問題ができました。
- ○ 結構難しかったから、解く気がなくなってしまった。簡単だったらコンクールに参加した人の豊かな発想が見つけやすくなると思いました。
- ○ 学校の問題とは全然違ってすごく難しかった。
- ○ 難しすぎて自分の無力さを感じました。自分より頭の良い天才がおることを実感しました。
- ○ 友達と共に問題をとけて楽しかった。
- ○ 難しかったが、達成感があった！
- ○ 問題が1問それぞれ頭をいろんな方向にひねらないといけなくてたいへんだった。
- ○ 質問したときに手をあげたらすぐに気づいてほしいです。
- ○ すごく難しいと思った。次くるときはもっとスラスラとけるように、これからもがんばる！！
- ○ 数学の深さが思っていたよりかなり深いということが知れました。
- ○ とても難しかったです。しかし興味を持てました。
- ○ 楽しかった。
- ○ 楽しかったです！！
- ○ くやしかった。
- ○ 難しかったけれど楽しかったし、とけなかった問題もしっかり理解したいと思った。
- ○ もっとしっかり勉強したいなと思った。
- ○ 数コンの教室にヴァイオリンみたいな音楽を取り入れてほしい。
- ○ 問題が難しすぎる。
- ○ 文章の書き方や意味が分からなかったです（分かりにくいです）
- ○ 文章が分かりづらい。意味が分からずヒラメキも生まれない。でも来年も挑戦したいと思う。

- もう少し簡単な問題を混ぜてどんなときかたが一番わかりやすいかやればいいと思います。
- きんちょう感がなくていい。
- 問題がむずかしかったけど、仲間と協力し、良い経験になったと思います。
- 少し問題が難しかったけど、みんなで協力してできたのでよかったです。
- とても難しく、1000円払った価値があった。
- むずい
- とても良問で1000円の価値があった。
- 難しかったけど、楽しかったです。
- 自分の数学の力や実践力のなさに気づき、悔しさや無力感を味わった。もっと普段からきたえ直したいと思った。
- 去年よりも難しかったが、勉強になった。
- 去年と比べて難しかった。
- とても難しかった。ぜひ、解説を知りたい。
- 楽しい。
- みんなで1つの問題に向かって解けたのはとても楽しかったし、いい体験になった、
- とても達成感があり楽しかった。
- 楽しかったです。前より解けてよかったです。
- 楽しかった！達成感があった！前より解けた！
- 問題はむずしかったけど楽しかった。むずかしいからこそ、少しでも解けると達成感や喜びがありました。
- 難しかったけど、すごく楽しくて、いろんな問題を解いてみたいと思った。
- 中学生にこれを解かせるのはひどいだろという問題がけっこうあった。
- 難しかったが、今度テストのためだけに勉強するわけではなく、身の回りのことも考えて学習したい。
- 問題がとても難しかったです。でも、友達ががんばって考えていて、私もがんばろうと思いました。友達と考えたことを共有して、こたえにつなげれたので、楽しかったです。
- 楽しかったです。
- 難しかったが、楽しかった。
- 今日は数学の難しい問題にふれることができ、数学への関心が高まった。
- みんなできょうりょくできてよかった。
- 学校の授業の応用編があったらいいと思った。
- すごくいい機会になった。
- いい機会になった。
- 楽しかった。来年も来たい。
- 今日は混乱するぐらいなやんでなやみました。難しいのが数学です。ということがあらためてわかりました。楽しかったし、もっと柔らかく考えられる人間になりたいと思いました。今日はありがとうございました。
- とても難しくて、1つの問題をずっと考えていたけれど、求める方法も1つか2つしか思いつかなくて、頭がかたいと思う。また、使いたい公式などがあっても、覚えていなくて使えなかった。また機会があれば参加したい。
- すごく難しくてすごい時間をかけても解けない問題だったけど、これからの自分の生活になにか生かしたい。
- 問題が今まで解いたことないくらい難しくて、何時間もかけたのに1問も解けませんでした。でも、みんなで協力して1つの問題に取り組んだり、答えに近いものが見つかったとき、すごくうれしかったです。
- 難しいです。
- 楽しかったです。数学の知識が広がりました。
- 数学について興味が増えました。とても難しく苦労しました。
- つかれました。
- 問題が去年に比べ、とても難しかった。
- あつかった。
- 協力して、1つの問題に取り組む問題解決能力がきたえられたと思う。
- 時間をかけたら、とくことができたものもあり、楽しかった。
- 楽しかったです。
- グループで協力してでき楽しかった。
- 難しかったけど、解けたときは楽しかったです。
- もっと時間がほしかった。オイラーさんすごい。
- とても楽しかった。
- 数学コンクールは初めてでとても不安だったが、とても楽しかった。
- 時間がもう少しほしかったが、友人と協力して楽しく活動できたのでよかった。また、数学というもののすごさや深さが分かり、とても密度のこい時間となった。
- 学校で習っている学習とはとにかくちがって、内容が深かったです。数学は奥が深いなぁと思いました。
- 楽しかったです。ありがとうございました。
- けっこう自由な感じだったから楽しめた。飲み物を途中でもらったのでうれしかったし、集中力がもどってきた。先生方がやさしかった。
- 難しかったです。
- とても難しかったが、チームの人と話し合って楽しく深いところまでできた。
- 問題が難しかった分、とてもよく話し合えた。
- 難しかったけど、たくさん話し合いができて、楽しみながら解くことができた。
- 学校では計算ばかりやっているから久しぶりにこういう問題がやれてよかった。難しかったが、とけたときすごくうれしかった。また来たい。
- 難問が多く、てこずった問題があったが、分かったときのうれしさはとても大きなものだった。
- 予想よりむずかしかった。
- 楽しかった。
- すごく楽しかった。来年も参加したい。
- すごい楽しかった。5番の問題花火とかの次元をこしてた。
- 団結できて、よかった。
- 楽しかった。いい経験になった。
- 例えをより細かくしてほしい。
- こんな難しい問題を見る機会が少ないので大変貴重な時間だと思いました。ですがやはり問題はレベルが高くてあきらめてしいまいそうになりましたが、がんばって最後まで解ききりました。この体験を生かして、数学の楽しさを知っていきたいと思います。
- 問題がとても難しかった……
- 難しかったですが、すごく楽しかったです。
- おつかれさまでした。とてもムズかったよ～またしてね～ありがとうございました～！
- 難しいけど楽しかったです。

日本数学コンクール実行委員会委員名簿

学内委員　宇　澤　　　達（名古屋大学多元数理科学研究科　教授）
林　　　正　人（名古屋大学多元数理科学研究科　教授）
伊　師　英　之（名古屋大学多元数理科学研究科　准教授）
松　浦　能　行（名古屋大学理学研究科　准教授）
西　村　治　道（名古屋大学情報科学研究科　准教授）
花　薗　　　誠（名古屋大学経済学研究科　准教授）
田　地　宏　一（名古屋大学工学研究科　准教授）
渡　辺　武　志（名古屋大学教育学部附属高等学校　教諭）
大　羽　　　徹（名古屋大学教育学部附属高等学校　教諭）

学外委員　鈴　木　紀　明（名城大学理工学部　教授）
松　川　和　彦（愛知きわみ看護短期大学　事務局長）
高　田　宗　樹（福井大学大学院工学研究科　教授）
服　部　展　之（愛知県立明和高等学校　教諭）
野　村　昌　人（愛知県立旭丘高等学校　教諭）
児　玉　靖　宏（愛知県立刈谷北高等学校　教諭）
村　田　英　康（愛知県立高蔵寺高等学校　教諭）
小　島　洋　平（愛知県立幸田高等学校　教諭）
渡　辺　喜　長（愛知県立瑞陵高等学校　教諭）
青　木　勝　人（愛知県立瑞陵高等学校　教諭）
高　原　文　規（愛知県立千種高等学校　教諭）
山　内　真澄美（愛知県立豊明高等学校　教諭）
伊　藤　慎　吾（愛知県立鳴海高等学校　教諭）
小　島　彰　二（愛知県立半田高等学校　教諭）
奥　田　真　吾（三重県立津・津西高等学校　講師）
岩　本　隆　宏（三重高等学校　講師）
堀　川　　　浩（鈴鹿中学校・高等学校　教諭）
小　倉　一　輝（三重県立上野高等学校　講師）
市　川　　　敏（椙山女学園高等学校　教諭）
大須賀　裕　貴（愛知県立時習館高等学校　教諭）
青　木　健一郎（愛知県立刈谷高等学校　教諭）
田　邉　　　篤（三重県立津高等学校　教諭）
岡　﨑　建　太（京都大学数理解析研究所　研究員）
波多野　善　隆（大阪府立四條畷高等学校　教諭）
高　木　由起子（愛知県立東海商業高等学校　教諭）
川　上　祥　子（愛知県立春日井高等学校　教諭）

顧問　大　沢　健　夫（名古屋大学多元数理科学研究科　教授）
安　本　雅　洋（名古屋大学情報科学研究科　教授）
丹　羽　一　雄（名古屋経済大学市邨高等学校　教諭）
服　部　保　孝（大同大学大同高等学校　校長）
樋　口　英　次（愛知淑徳高等学校　教諭）
矢　野　秀　樹（愛知県立東海商業高等学校　教諭）
土　岐　慎　一（元岐阜県立多治見北高等学校　講師）
田　所　秀　明（元三重県立伊勢高等学校　教諭）

日本数学コンクール委員会委員名簿

委員長	國枝　秀世	（理事・副総長）
委　員	納谷　信	（多元数理科学研究科長）
	黒田　達朗	（情報文化学部長）
	野口　晃弘	（経済学研究科長）
	松本　邦弘	（理学研究科長）
	新美　智秀	（工学研究科長）
	安田　孝美	（情報科学研究科長）
	竹下　典行	（事務局長）
	吉野　明	（研究協力部長）
	宇澤　達	（実行委員会委員長）

（平成28年4月1日現在）

主　　催

名古屋大学
日本数学コンクール委員会
名古屋市千種区不老町

後　　援

愛知県教育委員会	岐阜県教育委員会
三重県教育委員会	名古屋市教育委員会
大阪市教育委員会	愛知県高等学校数学研究会
和歌山県橋本市教育委員会	三重県高等学校数学教育研究会
岐阜県高等学校数学教育研究会	中日新聞社
大阪高等学校数学教育会	東海テレビ放送株式会社
テレビ愛知株式会社	

■■■ 編集後記 ■■■

今年も多くの方の協力のおかげで無事に、盛況のうちにコンクールを実施することができました。問題作成にあたっては、オンラインの活用など様々な工夫を試みていますが、現時点では負担軽減にはあまり機能せず、多くの課題が残っております。実際、経験の蓄積よりもネタ切れとの戦いという側面が強く、年ごとに出題の難しさを強く感じるようになった気がします。AI に出題してもらうことはないとしても、何らかのイノベーションは必要なのかもしれません。