

# 目 次

1. はじめに	
挑戦する力で生き抜く	1
日本数学コンクール委員会委員長（名古屋大学理事・副総長） 宮 田 隆 司	
2. 日本数学コンクール開催の趣旨	
3. 講評と解説	
(1) 2010年日本数学コンクール問題の狙いと全体講評	3
実行委員会委員長 安 本 雅 洋	
(2) 日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール共通問題の解説	4
問題1「シャッフルの数理」	
実行委員会委員 小 島 彰 二, 村 田 英 康, 渡 辺 喜 長, 服 部 展 之, 伊 藤 慎 吾, 山 内 真 澄 美, 児 玉 靖 宏, 石 川 勝	
(3) 日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール共通問題の解説	9
問題2「球に内接する多面体」	
実行委員会委員 大 沢 健 夫, 安 本 雅 洋	
(4) 日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール共通問題の解説	14
問題3「大きく切り開こう」	
実行委員会委員 鈴 木 紀 明, 伊 師 英 之, 高 田 宗 樹, 丹 羽 一 雄, 樋 口 英 次, 高 原 文 規, 青 木 勝 人	
(5) 日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール共通問題の解説	21
問題4「パネルの裏返し」	
実行委員会委員 大 沢 健 夫, 渡 辺 武 志, 野 村 昌 人	
(6) 日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール論文賞の解説	27
問題1「円形の島の学区分け」	
実行委員会委員 大 沢 健 夫	
問題2「数字の出現頻度」	
実行委員会委員 伊 師 英 之	
4. 受賞者一覧	
第21回 日本数学コンクール受賞者一覧	30
第14回 日本ジュニア数学コンクール受賞者一覧	31
第11回 日本数学コンクール論文賞受賞者一覧	32
第11回 日本ジュニア数学コンクール論文賞受賞者一覧	33
5. 日本数学コンクール参加状況	
第21回 日本数学コンクール参加状況一覧	34
第21回 日本数学コンクール参加校一覧	35
第14回 日本ジュニア数学コンクール参加状況一覧	36
第14回 日本ジュニア数学コンクール参加校一覧	37
6. 参加者アンケート調査結果	38
○委員会名簿	
○主催、後援団体一覧	
○編集後記	



# 1. はじめに

## 挑戦する力で生き抜く

日本数学コンクール委員会委員長 宮田 隆 司  
(名古屋大学理事・副総長)

今日の社会において、科学技術の進歩には目を見張るものがあります。宇宙の星々、素粒子や「暗黒物質」、そして生命体のしくみにいたるまで、科学のあらゆる方面で知識の進展は日進月歩の勢いを失いません。それだけに、この変化の意味を理解し、人類の将来の展望につなげることは大切です。「進化論」で知られるチャールズ・ダーウィンが言ったように、生き残るものは強いものや頭の良いものではなく、環境に適応したものだからです。

さて、科学の歴史においては約 400 年前が大きな節目でした。その時代の科学者たちが何を見何を考えたかについて、良書が多く書かれています。そこではガリレイやケプラーなどの代表的科学者たちの業績や逸話が語られることが多く、ガリレイの「自然という書物は数学という言葉で書かれている。」という言葉はたいへん有名です。

この言葉は彼の偉大な業績に裏付けられているわけですが、その中でも特に有名なのが落体の運動の解明です。ガリレイは落体の運動が等加速度運動であることを実験により実証し、それにもとづいてボールや砲弾の軌跡が放物線であることを数学的に導いたのでした。いうまでもないでしょうが、小惑星イトカワの探索を終えて昨年帰還した「はやぶさ」の成功を裏付ける技術は、このガリレイの仕事の上に積み上げられたものです。

科学の進歩は私たちにこのような力をもたらしましたが、核爆弾の例のように、多くの国々は自身を破壊しかねない力を持て余すようになっていきます。地球温暖化の問題も深刻で、21 世紀に入ってから環境の変化への適応という問題に、世界中の国が協力しあって本腰を入れて取り組まざるを得なくなっています。私たちは自分たちが変化させた環境に適応して生き残ることができるのでしょうか。いずれにしても、人間の生活というものは過去の遺産の上にあぐらをかいているようでは成り立たないと言えるでしょう。幸いにして、困難を打ち破って環境の変化に適応していくための私たちの力はまだまだ尽きないようです。それは数学コンクールに挑戦された皆さんの目の輝きが証明しています。そういう皆さんたちは一人一人がガリレイの後継者です。将来、皆さんの中から「生き残りの戦略は数学の言葉で書かれている」と言える人が出ることを願ってやみません。

## 2. 日本数学コンクール開催の趣旨

### 開催の趣旨

---

今日世界は21世紀を迎えいろいろな意味で大きな転機に立っています。産業技術の高度化や高度情報化の技術革新は急速な進展を見せていますが、反面、人口爆発、エネルギー問題、環境汚染等人類が経験したことのない複雑多岐にわたる課題に直面しています。このような問題を解決し、将来にわたって人類社会の発達と繁栄を享受していくためにも、総合的、学際的な学術研究の振興が必要です。このことは、必然的に汎科学性を有する数学の一層の飛躍とそれによる新しい科学の発展が求められており、それを支える優れた数学的思考力を持ち、探求心と創造性豊かな人材の育成が急務となっています。

このような情勢にかんがみ、新しい科学と技術の開拓を担う夢とロマンを秘めた青少年の発掘、伸長を図っていくため、中・高校生を対象に、平成2年度から「日本数学コンクール」を、同9年度からは「日本ジュニア数学コンクール」を、更に同12年度からは「論文賞」を開催してきました。私ども委員会は今後とも数学コンクールを実施し、もって世界の学術研究進展の基礎形成に寄与していくものです。

### 特 色

---

#### ◎自由にゆったり考える

一題に絞っての回答も可能です。参考書やノート等の持ち込みも自由です。途中、試験会場で昼食や飲み物などを自由に取りることができます。

#### ◎楽しい数学の発見

学校における数学の教育課程、教科書にとらわれず、数学の本質に根ざした考えていて楽しい問題を提供します。数理実験も積極的に採り入れます。

#### ◎多彩な才能の評価

優秀な能力をもった生徒、ユニークな発想をもった生徒等様々な参加者の才能を多面的に評価します。特定の一題に集中して素晴らしい発想を出した生徒も顕彰します。

#### ◎優れた人材の育成

日本数学コンクール参加者の数学的な能力、資質を一層高めるために、表彰式の後、中・高校生を対象に数学の公開講座「数理ウェーブ」を開催しています。

なお、「数理ウェーブ」は一般の方々の参加も認めており、多数の参加があります。

### 3. 講評と解説

#### (1) 2010年日本数学コンクール問題の狙いと全体講評

日本数学コンクール実行委員会委員長 安本 雅洋  
(名古屋大学大学院情報科学研究科教授)

今年の数学コンクールの審査は、例年に比べると比較的スムーズに進みました。問題は4問あったわけですが、各問の答案の中で一番優秀であり大賞にふさわしいものを選び、それらを比べて優れた答案が大賞に選ばれます。高校生（シニア）の部門では、2番と4番の問題では大賞にふさわしい優れた答案がなく、1番と3番の問題の最も優れた答案を比べることになったのですが、この二つの答案の作成者が同一人物であり、従って比べるまでもなく大賞に決定しました。ジュニア部門もシニアと同様2番と4番の問題では大賞にふさわしい優れた答案がなく、1番と3番の問題の最も優れた答案を比べることになったのですが、優劣を付けるのが困難で、両者とも大賞でジュニア部門の大賞は二人になりました。シニアジュニアともに1番と3番に優れた答案が多かったのは、ほぼ事前の予想通りで、2番と4番、特に2番は難しすぎたかなと思います。これら4題の問題を数学の専門家が見ても1番と3番は直ぐにどのように解けばよいか思いつくのに対して、2番は見通しの立てにくい困難な問題です。逆にいえば、このような難しい問題で優れた答案があれば、文句なしに大賞の有力候補になります。通常の試験、大学入試や学校の定期試験などでは、難しい問題に時間を費やすより易しい問題を確実に解答することが良い結果をもたらします。入試では失敗すると大変ですから、そのような安全確実な方法が良いのですが、コンクールの場合は失敗しても何もマイナスになることはないのですから、難しい問題にチャレンジしましょう。

最近、大学でも企業でも成果主義ということがしばしば強調され、そのために短期間で確実に結果が出ることを優先的に取り組む傾向がありますが、それでは本当に優れた結果は得られません。困難なテーマに取って挑戦する気持ちを大切にしてほしいと思います。

## (2) 日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール共通問題 第1問の解説

日本数学コンクール実行委員会委員	小島 彰 二 (北名古屋市白木中学校教諭)
〃	村田 英 康 (愛知県立高蔵寺高等学校教諭)
〃	渡辺 喜 長 (愛知県立旭丘高等学校教諭)
〃	服部 展 之 (愛知県立旭丘高等学校教諭)
〃	伊藤 慎 吾 (愛知県立明和高等学校教諭)
〃	山内 真澄美 (愛知県立日進西高等学校教諭)
〃	児玉 靖 宏 (愛知県立鳴海高等学校教諭)
〃	石川 勝 (株式会社マイクロハウス)

### 問 題 1 . 「シャッフルの数理」

1列に積まれた8枚のカードの山に、上から順に1から8までの数が記入されています。  
これを次の手順で並べ替えることを繰り返します。

		1回目		2回目	
— 1		上の山に	— 5		— 7
— 2		下の山を	— 1		— 5
— 3	— 1 — 5	⇒	— 6 — 5 — 7	⇒	— 3
— 4	⇒ — 2 — 6	⇒	— 2 ⇒ — 1 — 3	⇒	— 1 ⇒
— 5	二つの	右図のよ	— 7 — 6 — 8		— 8
— 6	山に等	うに交互	— 3 — 2 — 4		— 6
— 7	分する	にはさむ	— 8		— 4
— 8			— 4		— 2

		3回目		4回目		5回目		6回目	
		— 8		— 4		— 2		— 1	
		— 7		— 8		— 4		— 2	
— 7	— 8	— 6		— 3		— 6		— 3	
— 5	— 6 ⇒	— 5 ⇒	⇒	— 7 ⇒	⇒	— 8 ⇒	⇒	— 4	
— 3	— 4	— 4		— 2		— 1		— 5	
— 1	— 2	— 3		— 6		— 3		— 6	
		— 2		— 1		— 5		— 7	
		— 1		— 5		— 7		— 8	
		逆順						元の順	

この時、カードの並び順は3回目で逆順になり、6回目で元の順に戻ります。カードの枚数が6枚、10枚、12枚、…の時に何回で逆順になり、何回で元に戻るかを調べ、カード枚数とそれらの回数との関係や規則性を調べてください。またその規則性を数学的に考察してください。

## 解説と講評

遙か昔、子どもの頃（小学4年生）お正月には、たこ揚げ、独楽回し、羽子板、双六など懐かしい遊びが豊富にあった。トランプを手にして、シャッフルを試みた。シャッフルをすればするほど、並びはますます乱雑になるだろうと予想した。今回の問題のようにシャッフルをしてみると、意外な事実気が付いた。思いの外、少ない回数で元の並びに戻るではないか。また、元に戻る回数は、カード枚数をどうやら越えなさそうだ。さらに、逆順になることもあれば、ならないこともある。

いつしか年月は過ぎ、子どものころの遊びから遠のいてしまった。あのときの驚きと、何故なのだろうという疑問が、今回の出題の背景です。

コンクールに参加していただいた皆さんの解答に対し、私を入れ7名の採点者により、丹念に評価・検討が加えられました。

この問題について、気の付いてほしい点は「カード枚数と元に戻る回数の関係」です。

そして、「その関係を見出し、さらに数学的にその原理を解明すること」がこの問題のテーマです。

「現象を分析し、その奥に潜む原理を解明すること。」が数理科学の根本です。

従って、法則性を見出すだけでは不十分であり、法則性が成り立つことを数学的に明示してあることを評価ポイントとしました。

出題者が想定した、解答は大別して以下の3通りです。

1. 小中学生に分かる初等的な方法（アミダくじに帰着させる方法）
2. 中高校生に分かる方法（合同式を用いた方法）
3. 高校生、大学生に分かる方法（行列論を用いる方法）

シニア部門、ジュニア部門においてそれぞれ大賞を受賞した二人の解答を紹介します。根幹のしっかりした理論構成と簡潔さが魅力の解答です。

シニア部門、灘高校2年生、本田貴大君の解答を示します。

全体の枚数を  $n$  ( $n$  は偶数) とする。

まず、上から  $m$  番目のカードが1回のシャッフルで  $l$  (エル) 番目に移ることを

$$S(m) = l$$

と書くこととすると

$$m \leq \frac{n}{2} \rightarrow S(m) = 2m$$

$$m > \frac{n}{2} \rightarrow S(m) = 2m - (n + 1)$$

つまり、 $S(m) \equiv 2m \pmod{n + 1}$  と書ける。

次に、ある回数のシャッフルが終わったとき、1のカードが  $n$  番目にあるなら、逆順に、1番目ならば正順になっていることを示す。

(前者の場合)

1のカードは $n+1$ を法として、 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \cdots$ と動いていき、 $k$ のカードは $k \rightarrow 2k \rightarrow 4k \rightarrow \cdots$ と動いていく。

つまり、1のカードの位置を $a_1$ 番目、 $k$ のカードの位置を $a_k$ 番目とすると

$$ka_1 \equiv a_k \pmod{n+1}$$

は任意の回数のシャッフルを行った後にも成立する。

すなわち、

$a_1 = n$  のとき

$$a_k \equiv kn = k(n+1) - k \equiv n - (k-1) \pmod{n+1}$$

となり、 $1 \leq n - (k-1) \leq n$  から  $a_k = n - (k-1)$

∴逆順となっている。

(後者の場合)

同様に、 $a_k \equiv k \cdot 1 = k \pmod{n+1}$  となり  $1 \leq k \leq n$  から  $a_k = k$

∴正順となっている。

また、1のカードが $n$ 番目になかったら、逆順にはなり得ないし、1番目になかったら正順にはなり得ない。

以下、1の移動についてのみ考察する。

$n$ 枚のとき、元に戻るために、シャッフルしなければならない回数は、

$$2^m \equiv 1 \pmod{n+1}$$

となる最小の $m$ 回である。(先ほど示した補題による。)これを $M$ とする。このような $m$ が任意の $n$ に対して存在することを示す。

(背理法による)

このような $m$ が存在しないと仮定すると、1, 2, 4, 8,  $\cdots$ を $n+1$ を法として、1以上 $n$ 以下に表そうとすると、有限種類( $n$ 種類)しかないことから、ループをしていて、且つ1番目以外に1があらわれないことが分かる。

$x+1$ 番目と $y+1$ 番目が等しいループであるとする。 $(x < y)$

$$a_{x+1} \equiv 2^x \pmod{n+1}, a_{y+1} \equiv 2^y \pmod{n+1} \text{ となり}$$

$$2^y - 2^x \equiv 0 \pmod{n+1} \text{ である。}$$

しかし、 $2^y - 2^x = 2^x(2^{y-x} - 1)$ であり $n+1$ は奇数( $n$ は偶数)であることから、 $n+1$ は $2^{y-x} - 1$ の約数であるが、これにより

$$2^{y-x} \equiv 1 \pmod{n+1}$$

となる。

一方 $x < y$ より、 $y-x > 0$ となり、1番目以外に1があらわれることになるので、矛盾

$$\therefore \forall n, \exists m \text{ s.t. } 2^m \equiv 1 \pmod{n+1}$$

次に逆順になることについて考える。

※ $M$ が偶数の時を考える。

逆順になるのは、 $\frac{M}{2}$ 回以外ではあり得ない。

∴  $r$  回で逆順になるとすると、 $2r$  回では必ず正順になり、 $r$  は  $M$  未満。

次に  $\forall x (2 \leq x \leq n-1) x^2 \equiv 1 \pmod{n+1}$  であれば、 $\frac{M}{2}$  回で逆順になっていることが分かる。  
 $x^2 \equiv 1 \pmod{n+1}$  とすると  $x^2 - 1 \equiv 0 \pmod{n+1} \Leftrightarrow (x+1)(x-1) \pmod{n+1}$   
 $2 \leq x \leq n-1$  より、 $x+1, x-1$  は  $n+1$  の倍数ではない。つまり、 $n+1$  が  $(x+1)(x-1)$  の約数であり、また、 $(x+1)$  か  $(x-1)$  の倍数で、 $(x+1), (x-1)$  自身ではないとき、 $x^2 \equiv 1 \pmod{n+1}$  なる  $x$  が存在する。 $(x$  は奇数となる。)

※  $M$  が奇数になるときを考える。

当然、逆順にならない。

$2^m \equiv 1 \pmod{n+1}$  を満たす奇数  $m$  が存在するとき、必ず  $M$  も奇数になる。

∴  $m$  より小さい  $p$  で  $M = p$  とすると、 $m$  も  $p$  も倍数であり、言い換えると  $p$  は  $m$  の約数。 $m$  は奇数なので、 $p$  も奇数。

つまり、 $n+1$  が  $2^m - 1$  ( $m$  は奇数) の約数のとき、 $M$  が奇数となる。

まとめると、 $n$  枚のカードの場合

$2^m \equiv 1 \pmod{n+1}$  なる最小の  $m$  ( $M$  とおく) 回で元に戻り、 $n+1$  が  $2^q - 1$  ( $q$ : odd) の約数のとき、逆順にはならず、 $n+1$  が  $r^2 - 1$  ( $r$ : odd) の約数で、 $(r+1)$  か  $(r-1)$  の倍数であり ( $n+1$ ),  $(r-1)$  自身ではないとき、 $\frac{M}{2}$  回で逆順になるか、ならないか、分からず、それ以外の時、 $\frac{M}{2}$  回で逆順になる。 ■

つぎに、ジュニア部門、灘中学2年生、宮本大輔君の答案を示します。

ルールよりカード枚数が  $m$  枚のとき、上から  $n$  番目のカードは、

$n \leq \frac{m}{2}$  のとき  $2n$  番目

$n > \frac{m}{2}$  のとき  $2\left(n - \frac{m}{2}\right) - 1 = 2n - m - 1$  番目である。

このとき、 $k$  回作業をしたとき、任意の  $1$  以上  $m$  以下の数  $l$  (エル) は  $l \times 2^k - a(m+1)$  番目 (ここで、 $a$  はある整数) に移動する。

このとき、 $a$  は  $0$  個か  $1$  個になるが、 $a$  が  $0$  個のときは、 $l \times 2^k$  は  $m+1$  で割り切れる。なぜなら、割り切れなければ、余りが出来、それが  $1$  以上  $m$  以下を満たすからである。 $m$  は偶数だから  $m+1$  は奇数。よって、 $2$  という素因数を持っていない。

一方  $2^k$  の素因数は  $2$  しかないので、 $l$  は  $m+1$  で割り切れることになる。しかし、 $1 \leq l \leq m$  なので、 $m+1$  では割り切れない。よって、 $a$  は  $1$  個に定まる。

※  $l$  が  $l \times 2^k - a(m+1)$  に移動することの証明。

数学的帰納法による。

並べ替えをしないとき ( $0$  回目とする) は  $a = 0$  と置くことによって

$l \times 2^k - a(m+1) = l \times 2^0 - 0(m+1) = l$  であるから、命題の条件を満たす。もし、 $k$  回目で命題の条件を満たすならば、カードは  $l \times 2^k - a(m+1)$  番目にある。

$n \leq \frac{m}{2}$  のとき、カードは  $2\{l \times 2^k - a(m+1)\}$  番目、つまり  $l \times 2^{k+1} - 2a(m+1)$  番目に

また  $n > \frac{m}{2}$  のとき、カードは  $2\{l \times 2^k - a(m+1)\} - m - 1$  番目、つまり  $l \times 2^{k+1} - (2a+1)(m+1)$  番目に、 $k+1$  回目で移動する。

$a$  は整数であるから、 $2a$ 、 $2a+1$  も整数。よって、 $k+1$  回目で命題の条件を満たす。

ゆえに、 $l$  は  $l \times 2^k - a(m+1)$  に移動する。 (q.e.d.)

※まず、元に戻る時について考える。

このとき、すべての  $l$  について

$l \times 2^k - a(m+1) = l$  が成り立てば、元に戻ったことになる。つまり、 $l(2^k - 1)$  が  $m+1$  で割り切れればよい。 $2^k - 1$  が  $m+1$  で割り切れるとき  $l(2^k - 1)$  でも割り切れ、割り切れないときは  $l=1$  のときに満たされない。よって、 $2^k - 1$  が  $m+1$  で割り切れれば  $k$  回目で元に戻る。当然  $k$  が最小の非負整数のとき初めて元に戻る。

※必ず何回目かで元に戻ることの証明

シャッフルをするとき、必ず移動する前と後は全単射の関係にある。

もし、1回も戻って来ないのならば、始めに移動したときの上からの枚数を考えると、ここに、何回か戻ってくる場合、最初にカードがあった所からも、何回か戻ってくる時の前にあったところからもカードが移動されて来ることになるので、全単射に矛盾する。よって、始めに移動したときの場所にもカードは1回も戻ってこない。このような議論を何度も続けると、いつか次に移動するカードを考えることが出来なくなってしまう。よって、カードは必ず何回目かで元に戻る。(q.e.d.)

また、この証明より同じ場所を2回通るまでに、違う場所へ2回以上通れないことから、必ず  $m$  回以下で元に戻ることがいえる。

次に、逆順になる場合について考える。

このとき、すべての  $l$  について

$$l \times 2^k - a(m+1) = m+1 - 1$$

よって

$$l(2^k + 1) = (a+1)(m+1)$$

元に戻るときと同様に考えて  $2^k + 1$  が  $m+1$  で割り切れれば、 $k$  回目で元に戻る。ただし、全ての枚数が逆順になるとは限らない。

例えば、6枚の場合、 $123456 \rightarrow 415263 \rightarrow 246135 \rightarrow 123456$  となり、逆順にはならない。そして、 $k$  回作業をして元に戻る数字の個数は、 $2^{k-1}$  の約数の個数の半分 ( $2^{k-1}$  が平方数のときは、最も近いもののうちのいずれか) である。なぜなら、 $2^{k-1}$  を約数と約数の積に因数分解したとき、片方はこれまでに出てきたものと同じだからだ。2つの次数が違ったときは、次数の小さい方、同じ時は、引き算のある方がこれまでに出てきたものである。

もし、次数が同じならば  $\left(2^{\frac{k}{2}} + 1\right)\left(2^{\frac{k}{2}} - 1\right)$  というものにしか考えられない。 $2^{\frac{k}{2}} - 1$  は  $\frac{k}{2}$  回目に元に戻るはずで、 $2^{\frac{k}{2}} + 1$  はもう一つの次数が  $\frac{k}{2}$  以上のものでしか因数分解出来ないので、 $k$  回目より前にはない。 ■

キーワード：アミダくじ、合同式、全単射、数学的帰納法、置換、互換、フェルマーの小定理、行列、群

### (3) 日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール共通問題 第2問の解説

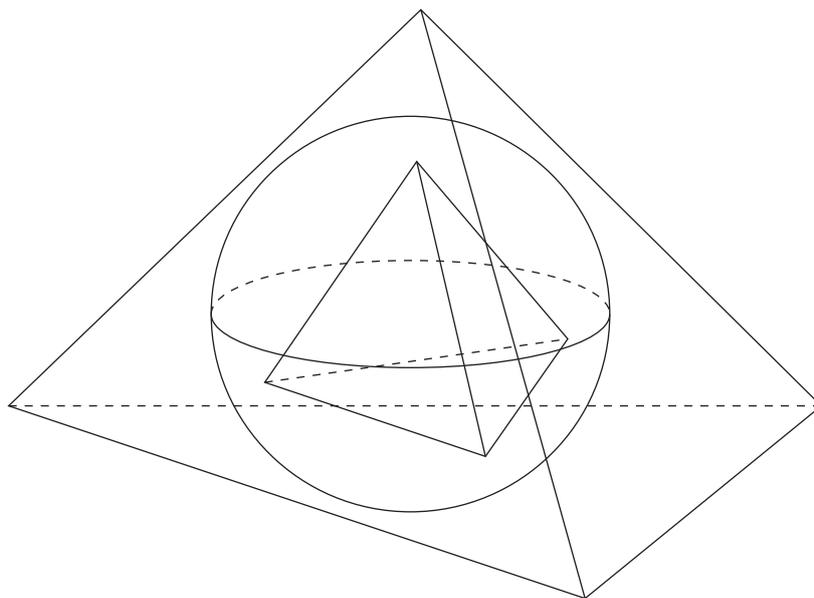
日本数学コンクール実行委員会委員 大 沢 健 夫 (名古屋大学多元数理科学研究科教授)  
安 本 雅 洋 (名古屋大学情報科学研究科教授)

#### 問 題 2. 「球に内接する多面体」

球に内接する  $n$  面体で体積が最大になるものは、球に外接する  $n$  面体で体積が最小になるものと相似でしょうか。

#### 解説と講評

**球に内接する多面体** 球に内接する  $n$  面体で体積が最大になるものは、球に外接する  $n$  面体で体積が最小になるものと相似でしょうか。

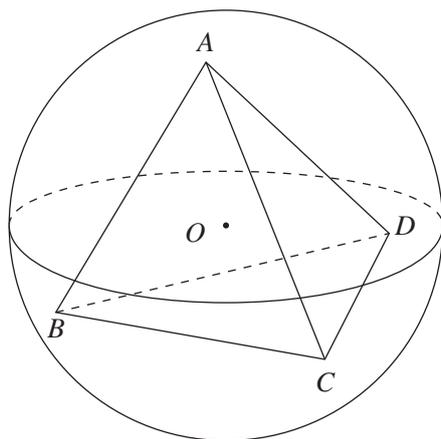


$n = 1, 2, 3$ : (通常の意味の)  $n$  面体は存在しない。

$n = 4$ : 相似である。その理由は以下の通り。

**定理 1.** 球に内接する 4 面体のうち体積が最大になるものは正 4 面体である。

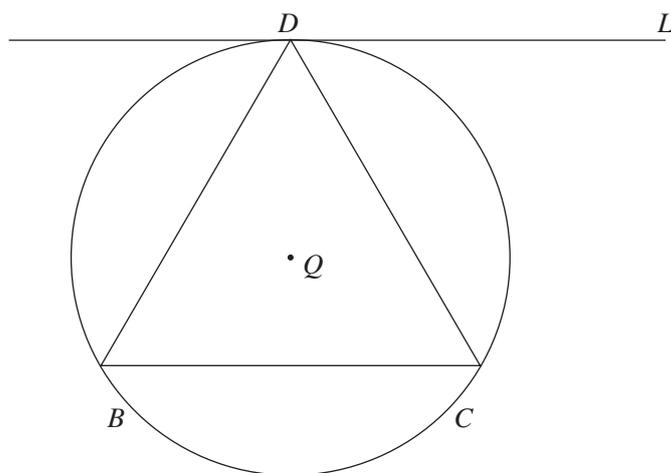
**証明：** 4 面体  $ABCD$  が、下図のように球  $O$  に内接しているとする。



このとき平面  $BCD$  と球  $O$  の交わりは円である。これを  $Q$  で表す。 $\triangle BCD$  は  $Q$  に内接している。この 4 面体  $ABCD$  が、 $O$  に内接する 4 面体のうちで体積が最大のものだとする。すると  $\triangle BCD$  は  $Q$  に内接する 3 角形のうちで面積が最大のものでなければならない（角錐の体積の公式より）。

このことから  $\triangle BCD$  が正 3 角形であることがわかる。（直観的には明らかであろうが）証明は以下の通り。

点  $D$  を通り  $BC$  に平行な直線  $L$  は  $D$  で  $Q$  に接している。なぜなら面積の最大性より、 $D$  は  $Q$  の周上で  $BC$  からもっとも離れた点でなければならないからである（下図を参照）。



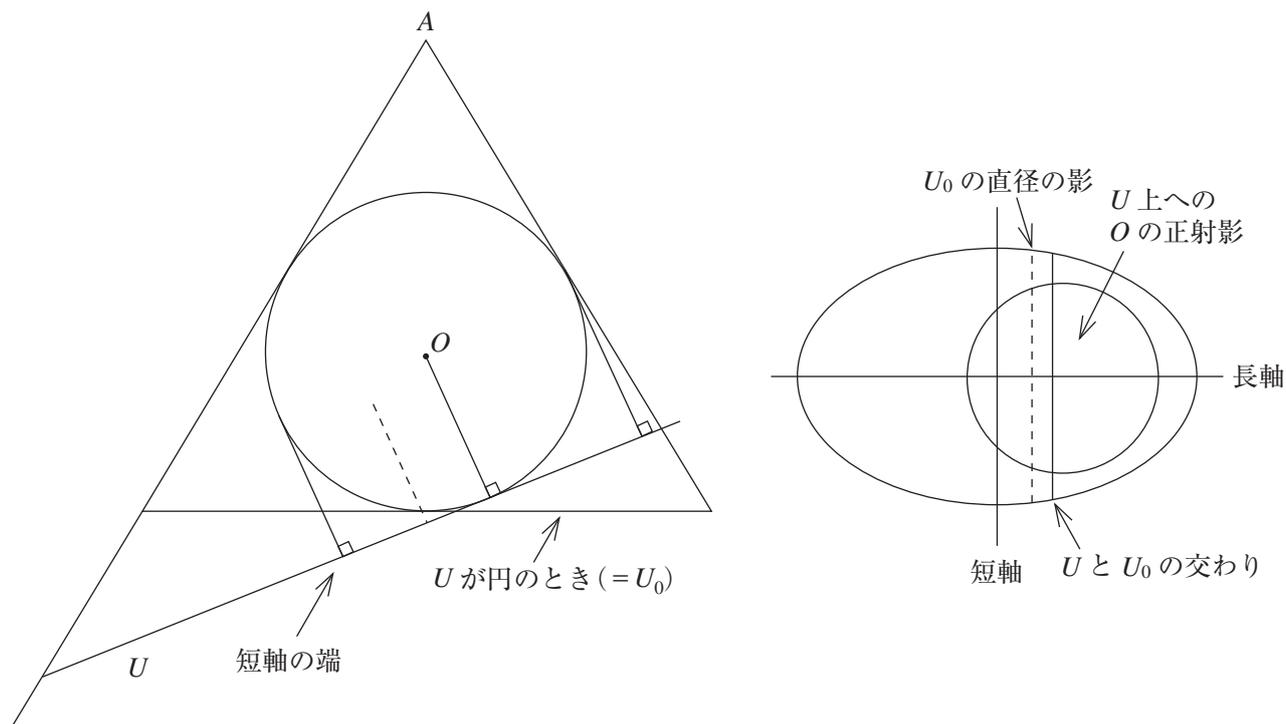
$L \parallel BC$  より、 $D$  から  $BC$  に降ろした垂線の足は  $Q$  の中心を通り、したがって円  $Q$  の弦である  $BC$  を 2 等分する。よって  $BD = CD$  である。同様に  $BC = BD$  でもあるので  $\triangle BCD$  は正 3 角形である。

$\triangle BCD$  は 4 面体  $ABCD$  のどの面でもよかったから 4 面体  $ABCD$  は正 4 面体である。

**定理 2.** 球に外接する 4 面体のうち体積が最小になるものは正 4 面体である。

**証明：** 4 面体  $ABCD$  が球  $O$  に外接しているとする。 $A$  を固定して  $\triangle BCD$  を動かしたときの体積の最小条件について考える。そのための補助手段として、 $A$  を一端に持つ半直線で球  $O$  に接するものを集めて作った無限に長い円錐を考える。この円錐を  $K$  で表す。 $\triangle BCD$  を含む平面で  $K$  を切り取ってできる立体を  $T$  で表す。 $T$  は底面が円または楕円であるような錐体である。（以下では円は楕円の特別な場合と考える。）

$T$ の底面を  $U$  で表す。 $U$ の長軸と短軸の長さは  $U$ が円るとき最小になる（下図を参照）。

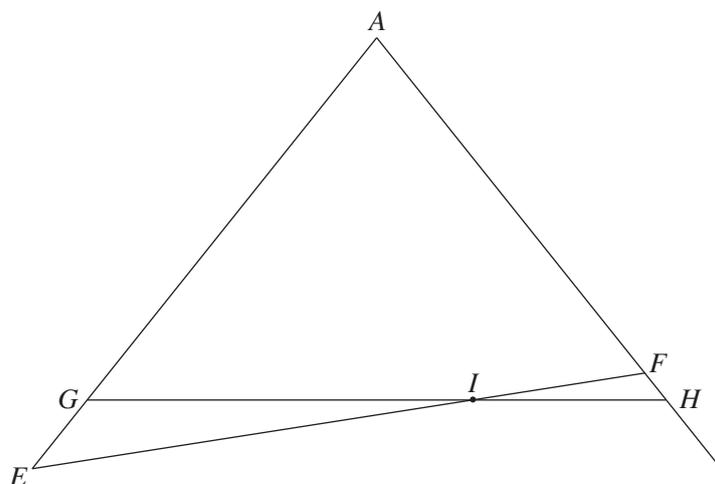


$ABCD$ は  $O$ に外接するので、 $\triangle BCD$ の周上の点と  $A$ とを結ぶ線分は、 $O$ に接するかまたは  $O$ の外部にある。つまり  $T$ は  $ABCD$ に内接している。

$ABCD$ の体積が最小になるのは  $T$ の体積が最小であって、かつ  $\triangle BCD$ が  $U$ に外接する3角形のうちで面積が最小のときである。（この3角形の面積と  $U$ の面積の比が正3角形とその内接円の面積比に等しいことに注意しよう。）

**$T$ の体積が最小になるのは  $U$ が円るときである。**その理由は次の通り。

$T$ の高さを  $h$ 、 $U$ の長軸の長さを  $a$ 、短軸の長さを  $b$ とし、このときの  $T$ の高さを  $k$ とすると、上で見たように  $b \geq r$ であるが、さらに下図より  $ah \geq rk$ であり、 $T$ の体積は  $abh$ に比例する（実際には  $abh\pi/12$ である）ので、これは  $U$ が円るときに最小になる。

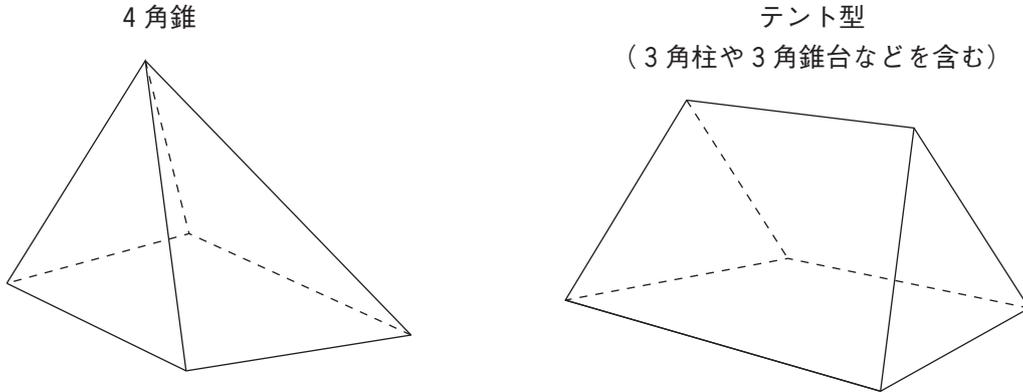


$\triangle EGI$ の面積  $>$   $\triangle FHI$ の面積（明白）より  
 $\triangle AEF$ の面積  $<$   $\triangle AGH$ の面積 となるから  $ah \geq rk$ 。

以上の推論をまとめて、4面体 $ABCD$ の体積が最小ならば $\triangle BCD$ は正3角形であることがわかる。

これは4面体のどの面に対しても言えるから、球に外接する4面体で体積が最小のものは正4面体でなければならない。(証明終)

$n = 5$ : 5面体には以下の2種類がある。



**定理3.** 球に内接する4角錐で体積が最大のもは、球に外接する4角錐で体積が最小のものと相似ではない。

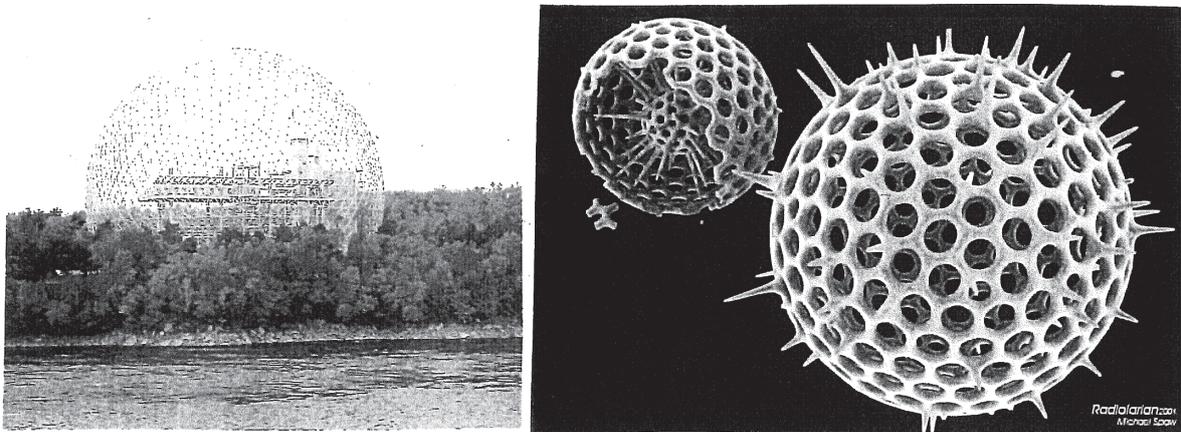
**証明の概略:** 4面体の場合と同様に、体積最大の内接4角錐は底面が正方形の直4角錐(正4角錐と呼ばれる)であり、体積最小の外接4角錐もそうである。したがって、これらが相似かどうかは高さの比較に帰着される。高さを実際に求める計算には「微分法」を用いなければならないので、詳細は省略して結果だけを述べよう。

体積最大の内接4角錐の底面の一辺と高さの比は  $1 : 4/3$  である。

外接4角錐の場合、4次方程式  $x^4 - 12x - 36 = 0$  の解から高さが求まるが、この方程式は左辺が整数を係数とする多項式によっては因数分解できないので有理数解をもたない。これより一辺と高さの比も無理数となり、したがって内接4角錐に対する上の結果と比べれば、体積最小の外接4角錐が体積最大の内接4角錐と相似ではないことがわかる。(ピラミッドの頂角が様々なのはこのことにもよるのだろう。)

テント型や  $n > 5$  の場合: 未解決。

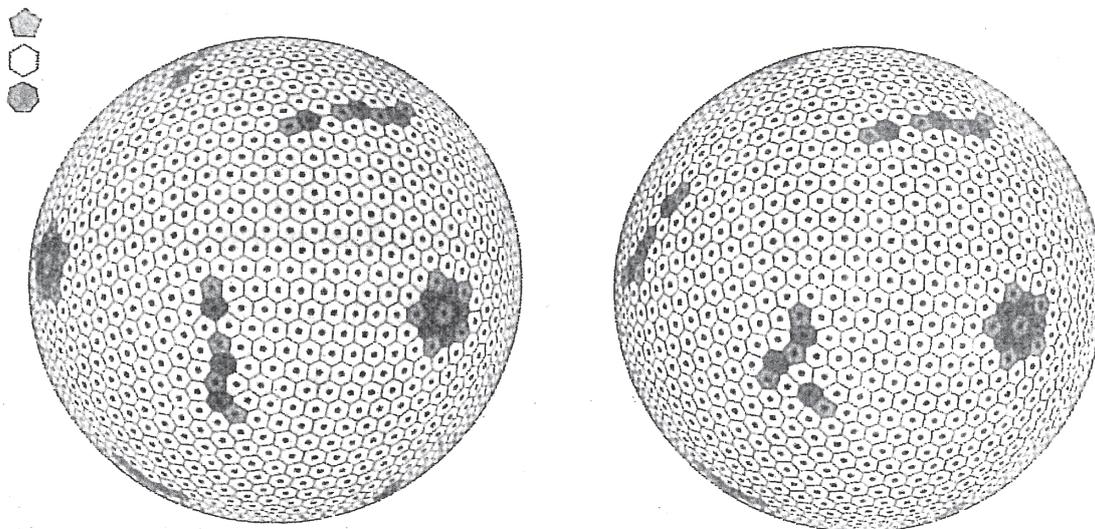
$n$  が大きい数になると、球に近い多面体は下図のようになる。



Photography (c) 2001 Cédric THÉVENET

有名な未解決問題： 球面上の  $n$  個の点の均等な分布を決定せよ。

H. サーフ教授（米・フロリダ大）の研究より



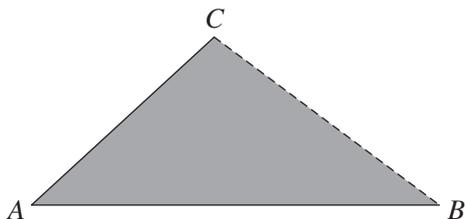
III.3.19. Almost optimal configurations for 1600 points and for  $s = 1$  (*at left*)  
and  $s = 4$  (*at right*). Hardin, Saff (2004) © Ed. Saff

## (4) 日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール共通問題 第3問の解説

日本数学コンクール実行委員会委員 鈴木紀明 (名城大学理工学部教授)  
 伊師英之 (名古屋大学多元数理科学研究科准教授)  
 高田宗樹 (福井大学大学院工学研究科准教授)  
 丹羽一雄 (愛知県淑徳高等学校教諭)  
 樋口英次 (愛知県立瑞陵高等学校教諭)  
 高原文規 (愛知県立瑞陵高等学校教諭)  
 青木勝人 (愛知県立瑞陵高等学校教諭)

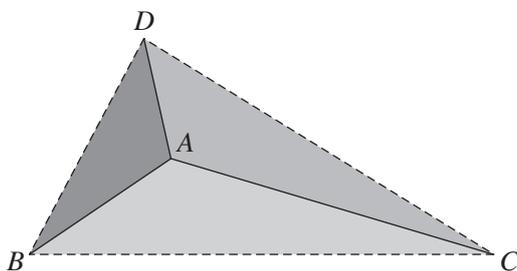
### 問題3. 「大きく切り開こう」

紙にはさみで切り込みを入れて、折り曲げられるところを開きます。例えば下図のように  $AB$  と  $AC$  に切り込みを入れて、開くと3角形  $ABC$  になります。

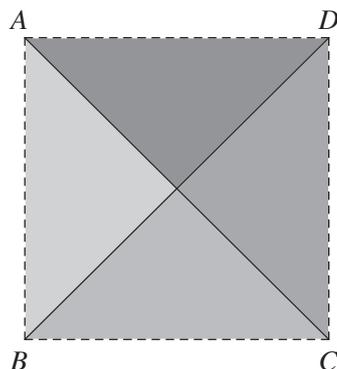
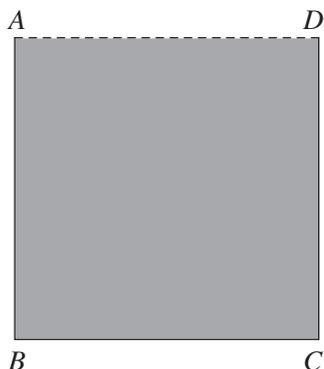


(1) 上図のように2つの線分の切り込みを入れて、開いた図形の面積を最大にするにはどのように切ればよいでしょうか？すなわち、 $AB + AC$  が一定のとき、3角形  $ABC$  の面積が最大になるのはどんな場合でしょうか？

(2) 次に、和が一定の3つの線分  $AB$ ,  $AC$ ,  $AD$  の切れ込みをいれて開いた3角形  $BCD$  の面積がなるべく大きくなる場合を求めて下さい。それが他の場合より大きくなっている理由も述べて下さい。



- (3) 開いた図形が正方形  $ABCD$  になるように、いくつかの線分の切れ込みを入れます。切った線分の合計がもっとも短くなるのはどんな場合でしょうか？例えば、線分  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  に沿って切り込みを入れて開くと、正方形が得られますが、対角線  $AC$ ,  $BD$  に沿って切り込みを入れた方が短くて済みます。もっと、短くする方法はありますか？

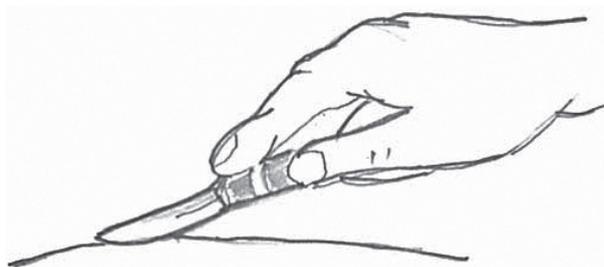


## 解説と講評

昨年の冬にみかんを食べようと皮をむいていたときにこんなことを考えました。みかんの皮に切り口を入れて中身のみかんを取り出すとき、できるだけ切り口を短くしたい。どうすればよいだろうか。



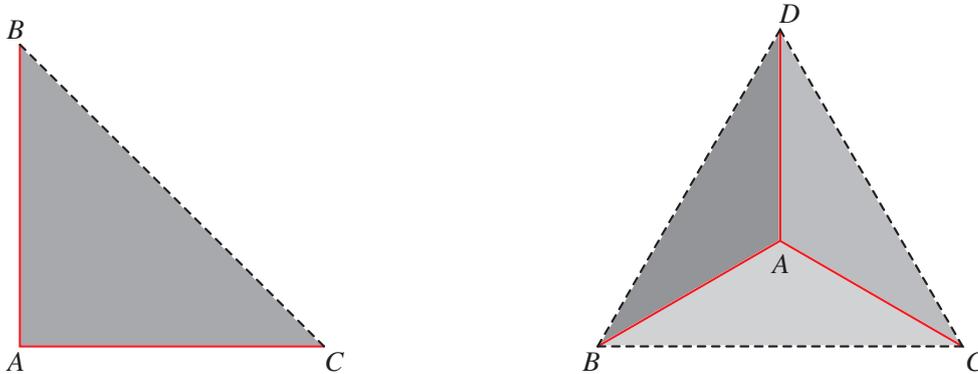
みかんを球と思えば、球に切り口を入れて開いて、中身を取り出すわけです。立体では難しいことが多いので、まずは平面で考えてみよう、というのが今回の問題です。問題は簡略化されましたが、例えば、手術のとき、なるべく切り口の長さを短くするにはどのようにすればよいかという現実的な問題に答えを与えようというわけです。



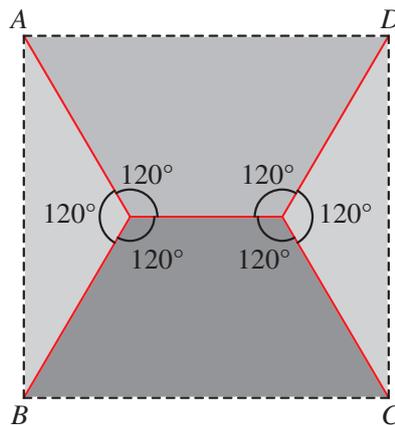
さて問題の解答に移ります。3つの小問を考えたときに私の念頭にあったのは、(1) 相加相乗平均、(2) 図形の変形と論理、(3) スタイナーの問題、ですが、余分なことは後にして、まずは正解を書きます。

(1)  $\triangle ABC$  が  $AB = AC$  の直角二等辺三角形になる場合。

(2)  $AB = AC = AD$ 、かつ、各辺のなす角が  $120^\circ$  のとき ( $\triangle BCD$  が正三角形)。



(3) 正方形の一辺の長さを1としたとき、問題(3)に書いた切り口の長さは、それぞれ3と  $2\sqrt{2} = 2.82842\dots$  ですが、下図の場合の切り口の長さは  $1 + \sqrt{3} = 2.73205\dots$  です。



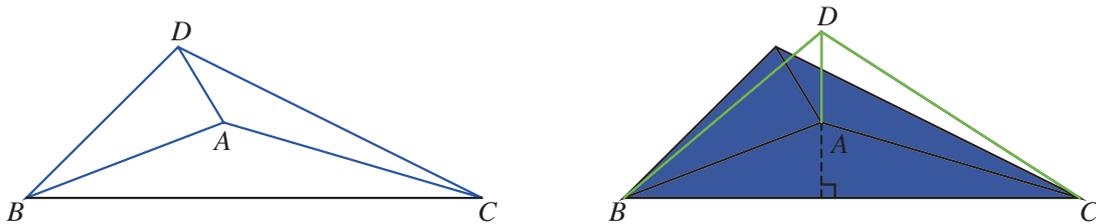
これらの答を得るためには、「最大になるような特別な場合はある種の対称性を持つであろう」という考えが重要です。そして「どんな対称性か？」を見抜くのは数学的センスでしょう。野村建斗さん（筑波大付属駒場中2年）、丸山泰さん（愛教大付属岡崎中2年）、早川涼さん（千種中3年）、鈴木美菜さん（時習館高2年）、本田貴大さん（灘高2年）、田中敬也さん（膳所高1年）、筒山晃司さん（時習館高2年）、山口雄太さん（一宮高2年）、大野真澄さん（大垣北高2年）、久留宮徹さん（東海高1年）、山田優樹さん（東海高1年）の解答には上記の図が書かれていてセンスを感じました。

数学においてセンスは重要ですが、それだけでは不十分です。センスを活かすためには正しい論証も必要です。それぞれの問題について、どのように考えれば、解答が得られるのかをもう少し詳しく見てみましょう。

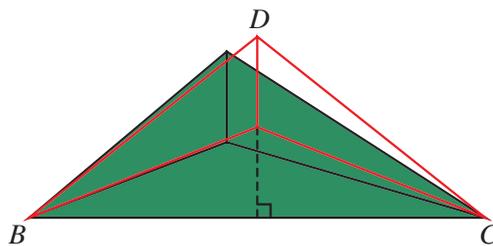
(1) は多くの人が正解に達していました。2段階にわけて考えるとよりわかりやすいと思います。まず、 $AC$ を固定して、面積がなるべく大きくなるような $B$ の位置を決めます。三角形の面積は底辺×高さ/2ですから、高さが一番高くなることを考えればよいので $\angle BCA$ は直角になります。次に、 $AB + AC$ が一定の場合の直角3角形で面積が最大になる場合は2つの辺が等しいときです(相加平均と相乗平均の関係から導けます)。



(2)  $AB, AC, AD$ の長さをどう取るか、さらに、なす角をどうするか、と変化するものが多いので一度にすべてを動かしての最大値を求めることは大変難しくなります。まず、下左図のように $A, B, C$ の位置を固定して、より面積を大きくするには $D$ がどのような位置にあるかを調べます。これと右図を比べて見て下さい。 $AD$ が $BC$ と直交していると、高さが大きくなって、面積も大きくなります。



次に $A$ の位置を決めます。 $AB + AC$ を一定としたとき( $B, C$ は固定している),  $\triangle ABC$ の面積が最大になるのは $AB = AC$ です( $AB + AC$ が一定のとき, $A$ は $B, C$ を焦点とする楕円上を動きます。高さが最大になるのは $AB = AC$ のときです)。



以上の考察から、 $\triangle ABCD$ の面積をより大きくするには、

$$AD \text{ と } BC \text{ が直交し、 } AB = AC \text{ である}$$

が成り立つ必要があります。特に、

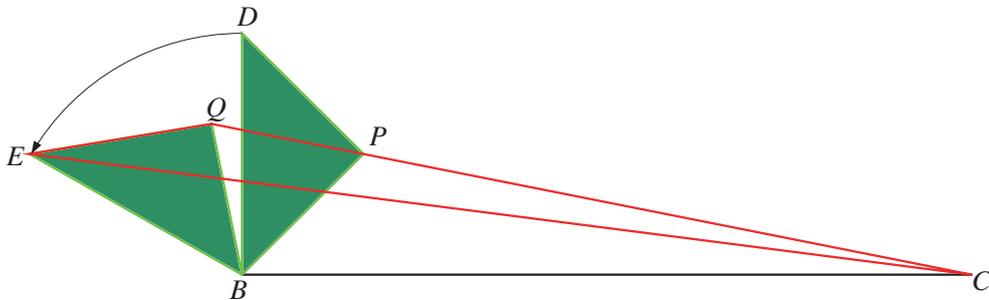
(i)  $\triangle ABCD$  は  $DB = DC$  の2等辺三角形

です。さて、ここからが論理です。 $\triangle ABCD$ の面積を最大にする場合は、(i)で $B, C, D$ を入れ換えても成り立つはず(対称性!)。すなわち、最大になるときは $BC = BD$ および $CB = CD$ も成り立つことになり、結局、 $\triangle ABCD$ は正三角形になり(2)の解答が得られます。

ところで、大賞の本田さんは最短路に注目した解答を書いています。 $\triangle BCD$ の内部に点 $P$ をとるとき $BP + CP + DP$ が最小となるのは

(ii)  $\angle BPC = \angle CPD = \angle DPB = 120^\circ$

を示します。彼の証明は $B$ を中心に $\triangle BPD$ を $60^\circ$ 回転させたものを $\triangle BEQ$ とします。このとき $BP + CP + DP = EQ + QP + PC$ であり、これが最小になるのは $E, Q, P, C$ が一直線上にあるときである。このとき(ii)となる。



この証明は正確には正しくありません。実際には(ii)は三角形の内角がすべて $120^\circ$ 未満でないとき成り立ちませんが(内角に $120^\circ$ 以上のものがある場合は $P$ が対応する三角形の頂点と一致したとき最小になります)、証明のアイデアがおもしろかったのであえてここに書きました。推論の中心である「最小となるのは $E, Q, P, C$ が一直線上にあるとき」を補足すると $EQ + QP + PC$ は $E$ と $C$ を結ぶ折れ線ですから、 $EQ + QP + PC \geq EC$ が常に成り立ち、最小となるのは折れ線が線分に一致するとき、すなわち、 $E, Q, P, C$ が一直線上にあるときとなります。さて(ii)を認めると、(2)の問題で最大になるのは、 $A = P$ の場合を考えればよくなります。このとき、 $AB = a, AC = b, AD = c$ とすると、 $\triangle BCD$ の面積は $(ab + bc + ca) \sin(120^\circ)/2$ で与えられ、

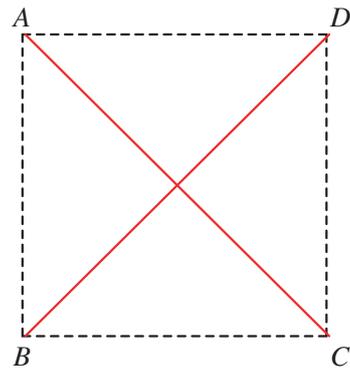
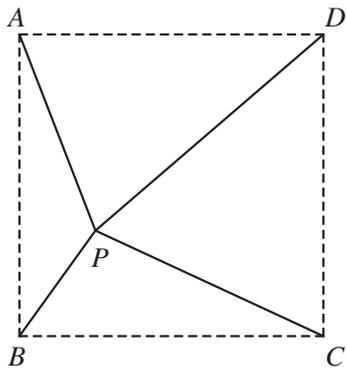
$$2(ab + bc + ca) = 2(a + b + c)^2 - (a - b)^2 - (b - c)^2 - (c - a)^2$$

の等式から $a = b = c$ の結論が得られます。(ii)とあわせると $\triangle BCD$ は正三角形です。本田さんの解答もほぼこの方針で書かれていました。

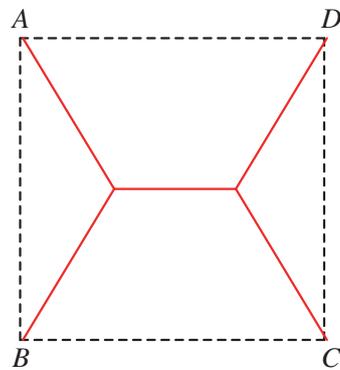
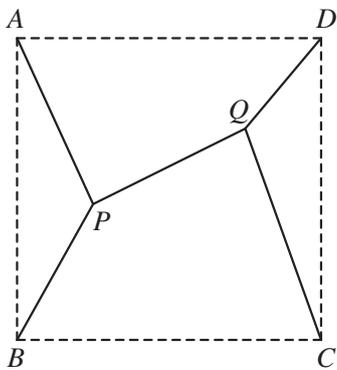
(3)(2)の場合もそうでしたが、これはスタイナーの問題と関係します。スタイナーは「3つの町 $A, B, C$ を結ぶ道路で全長が最短になるものを見つけよ」という問題を考えました。これは「 $\triangle ABC$ が与えられとき、 $AP + PB + PC$ を最小にする点 $P$ を見つけよ」という問題と同じで(ii)で解答を与えています。問題(3)に関連させると、

(iii) 正方形をなす4つの町 $A, B, C, D$ を結ぶ最短道路を見つけよ

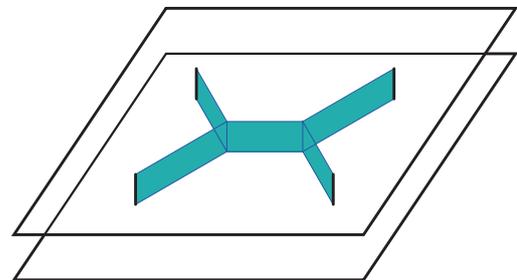
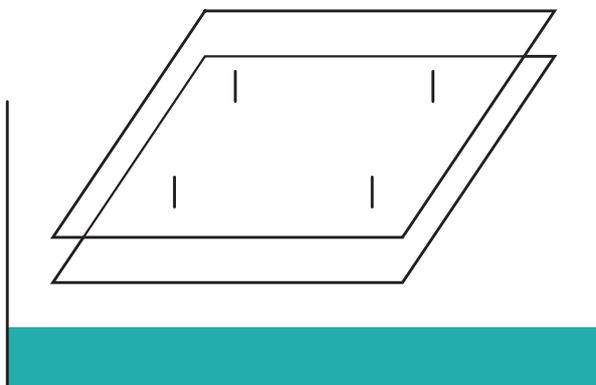
になります。(この問題の解と(3)が同じになることは議論する必要がありますが、それは難しいことではありません)。この問題を(2)と同様に「 $PA + PB + PC + PD$ を最小にする点を見つけよ」と考えれば、この問題は簡単です。 $P$ を $AC$ と $BD$ の交点にとればよいのです。



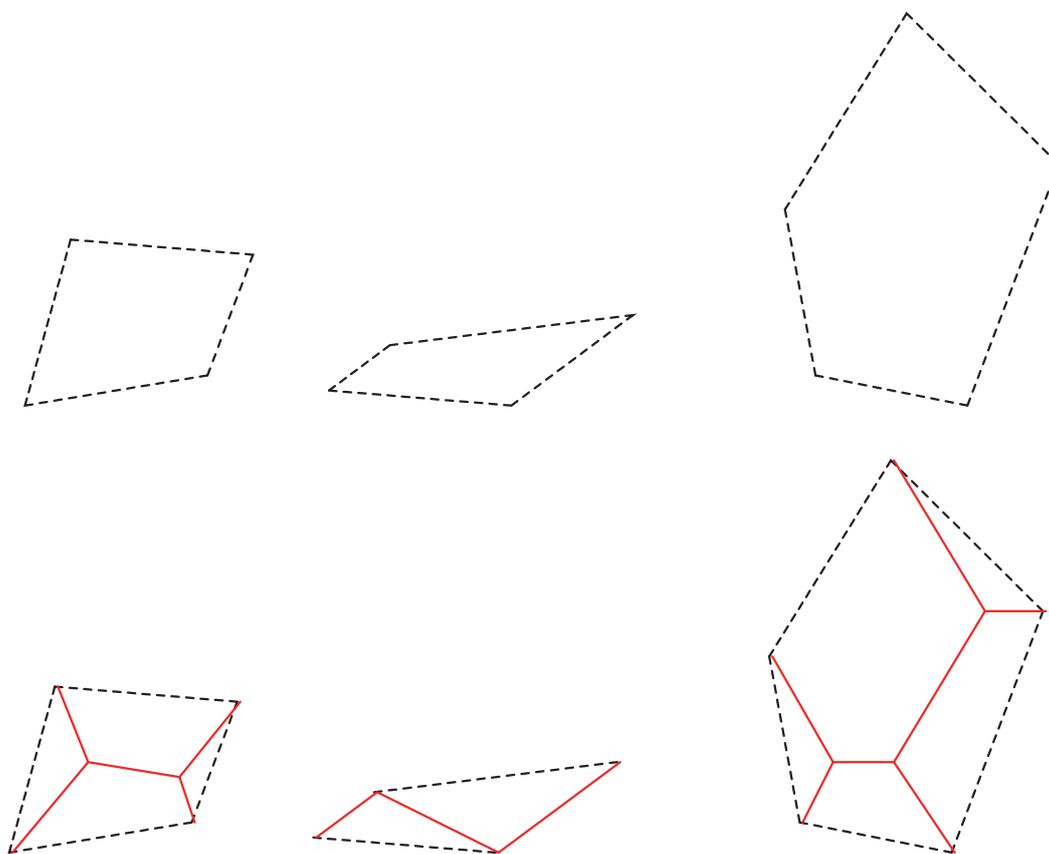
驚くべきことに、交点を2つにするともっと短くできます。下左図のように  $P, Q$  を考えて、 $AP + BP + PQ + CQ + DQ$  を最小にする場合を考えます。最小となるのは右図になります。そして、これが (iii) の問題の解答を与えます。交点の数をより多くすればより短くなると思うかもしれませんが、実際はこれ以上短くできないことが知られています。



上記の事実は石けん膜も教えてくれます。クーラン・ヒルベルト著「数学とは何か」(岩波書店)を参考にして説明します。平行な2枚の透明なプラスチック板を垂直な棒でつないで石けん液に浸して、引き出します。すると (iii) の解が表れます。



表面張力により石けん膜は面積が最小になりますから、この場合は、4本の棒と2つのプラスチック板をつなぐ面積最小の曲面が表れます。幅が一定なので、この曲面の面積は「4点を結ぶ線分の和」が最小のときとなり、(iii)の解が表れるのです。石けん膜を使うと、例えば下記のように正方形でない四角形や5角形を切り開く場合の最小の切り方も見えるはずで、3本の線分が交わる場所では、なす角がすべて $120^\circ$ になります。



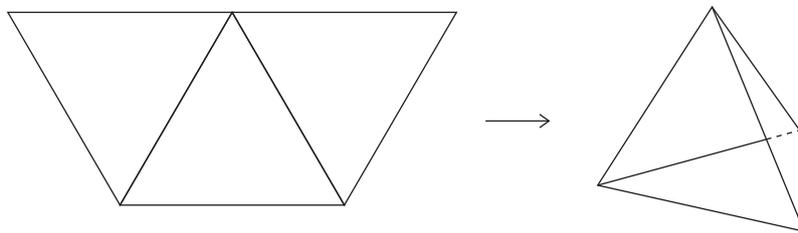
# (5) 日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール共通問題 第4問の解説

日本数学コンクール実行委員会委員 大 沢 健 夫 (名古屋大学多元数理科学研究科教授)  
 〃 渡 辺 武 志 (名古屋大学教育学部附属高等学校教諭)  
 〃 野 村 昌 人 (愛知県立一宮興道高等学校教諭)

## 問 題 4. パネルの裏返し

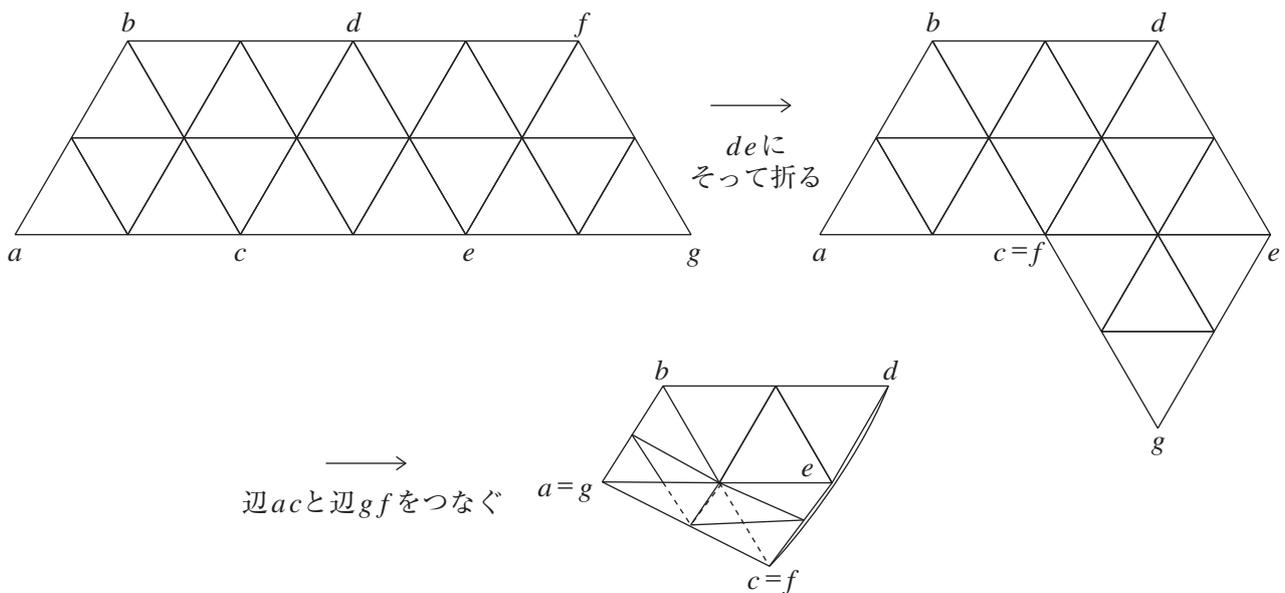
正三角形の板をつなげた形をした立体図形を裏返す問題を考えます。(そもそも図形を裏返すとはどんな状態にすることも含めて考えてください。)

単純な例 (裏返せない図形) :



(1) 平面上に展開できず、しかも辺に沿ってうまく折ることの繰り返しで裏返せる立体を作るには、正三角形の板は最低何個必要でしょうか。

(2) 20個の正三角形に分割された台形から、底のないピラミッド型を以下の図に示された手順で作ります。



これを裏返す手順を詳しく書いてください。

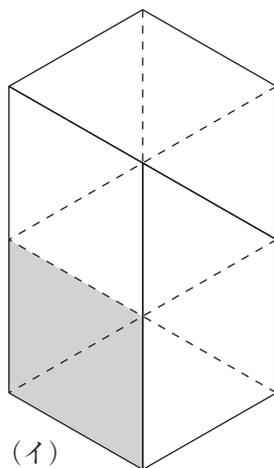
## 解 説

板をつなげて組み上げられた図形の中には、マッチ箱のように各々の板の面を曲げずに全体をつぶしたり広げたりできるものがあります。多角形は三角形に分割できますから、板の面が三角形のものに限って考えましょう。上の「単純な例」が全く動かせないことは直観的にも明らかですが、空間内の4つの点  $A, B, C, D$  の位置関係は、 $AB, AC, AD$  の長さ  $BC, CD, DA$  の長さが決まれば二通り（図とそれを裏返したもの）しかないからだともいえます。

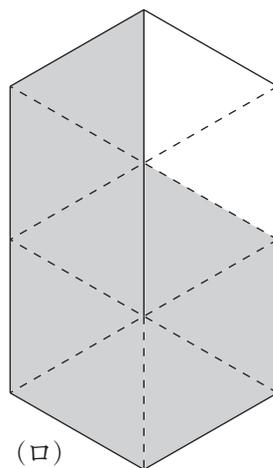
三角形の個数を増やしていくと、面どうしのつながりの角度を変化させるだけで、図形を切ったり面を折り曲げたりせずに空間内で変形し、隣り合うどの二つの面  $a, b$  についても、 $a$  から  $b$  までの角  $\theta$  ( $0 < \theta < 2\pi$ ) を  $2\pi - \theta$  まで持って行けるようになります。ただし、あらかじめ各面には（色でも塗って）表裏の区別をつけておき、 $a$  から  $b$  まで  $a$  の表側が進む方向に測った角を  $a$  から  $b$  までの角と呼ぶことにします。これがパネルの裏返しの意味です。

(1) 実際に作ってみると9個つなげてはじめて裏返せるようになります。

(2) このパネル図形は中村義作氏によって考案されたものです（池野信一・高木茂男・土橋創作・中村義作著「数理パズル」中公新書 427）。「数理パズル」に出ている解説は以下の図にもとづいています。

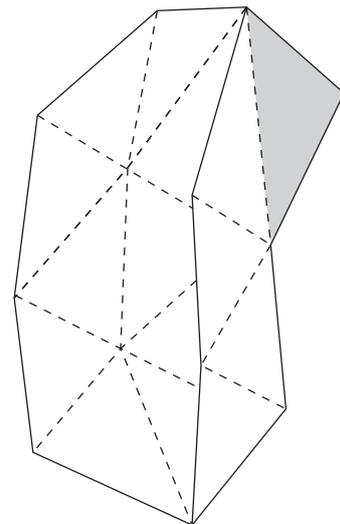


(イ)



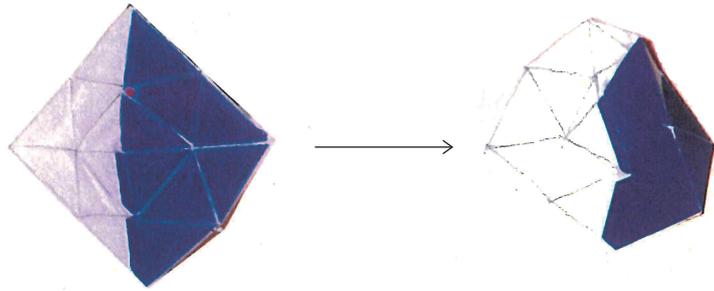
(ロ)

④折りたたんだときの裏表

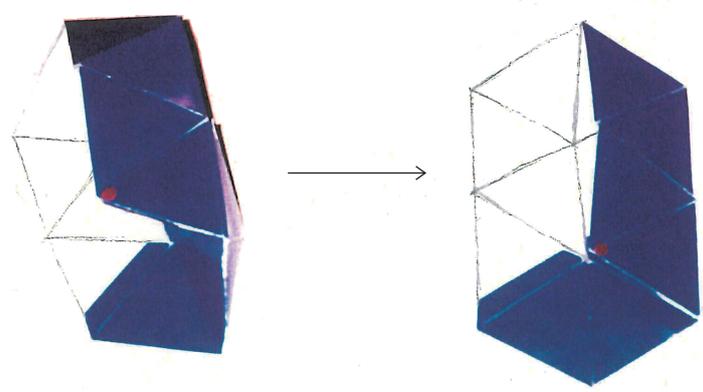
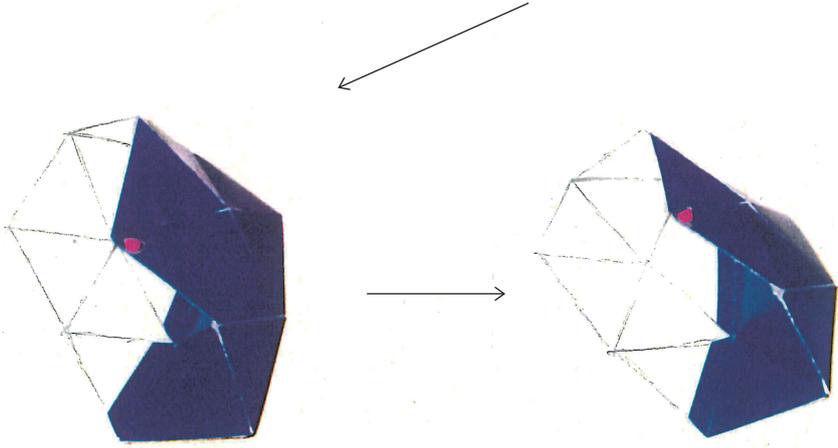


③変身の途中

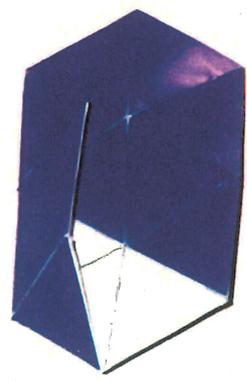
ポイントは、裏返す一連の手順の中に「折り返し点」があることです。そこまでを細かく追ったのが次の図です。（実際には空きスペースを有効利用することにより、もっと短い手順で裏返せます。）



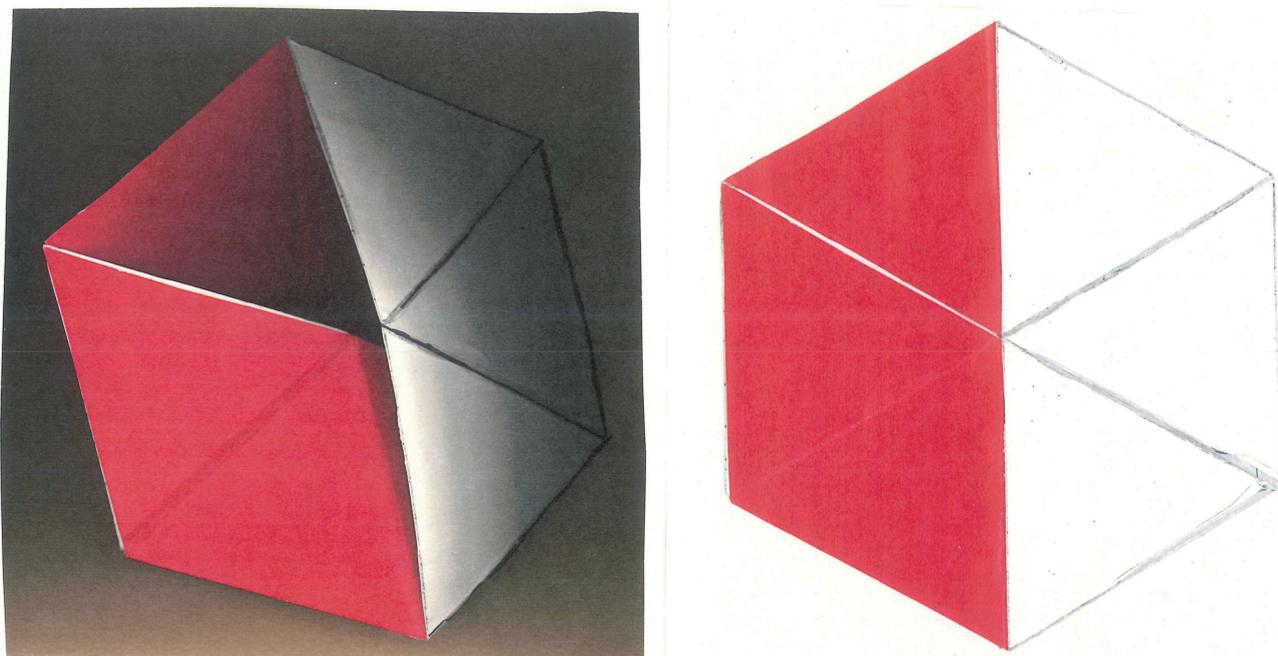
(ピラミッドを底から見た)



裏返す

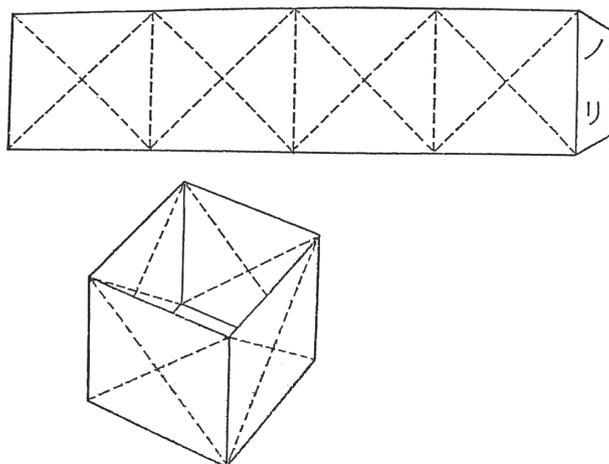


さて、このピラミッド型は一つの輪と見ることもできますが、(1)で作った輪と違って、帯の両端を一回ねじってくっつけた形をしています。実は(1)ではこの場合も調べなければ不十分だったのです。実際にやってみると、9個の正三角形をねじって作った次の輪は裏返せます。

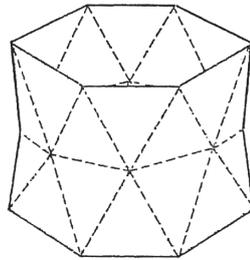
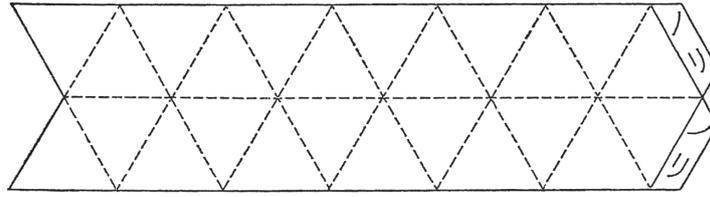


「折り紙の数理と科学」(Thomas Hull 編集 川崎敏和監訳)の中の論説、「正方形の循環—フレクサゴン解析入門」(E. ヴェルコフ, J. デュモン著)によれば、上の輪(右側の形)はアーサー・ストーンという名の大学院生が1939年に考え出したものだそうです。これには「トリヘキサフレクサゴン」という名前がついていて、裏返し以外にも様々な変形が可能なが知られています。(全部で36通りあります。)

ストーンが考案したものの中に「フレクサチューブ」という名の、直角二等辺三角形をつなげてできた輪があります。次の図のようなものです。これを裏返す様々な方法が知られています。



中村義作氏は次のような筒型の輪も考案しています。裏返せますが、かなり難度が高いです。



裏返せる筒

パネルが裏返せるとき、できるだけ少ないスペースを使って裏返す方法が一つの問題になります。これに似た問題で、「掛谷の問題」の名で知られるものがあります。

**掛谷の問題とは？** 1916年頃、東北大学の藤原松三郎（1881～1946）が作った「正三角形の内転形」の模型を見て総長（北条時敬，1858～1929）が発した質問をきっかけに、当時助教授だった掛谷宗一（1886～1947）は

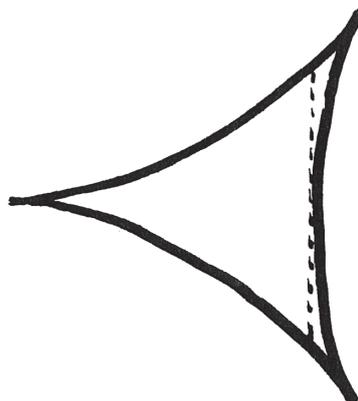
**長さ1の線分を一回転させることのできる凸図形の中で面積が最も小さいものは何か？**

という問題の研究を開始しました。「凸図形」とは、平面内の図形で、幾つかの（無限個でもよい）半平面（＝直線で区切られた一方の側）の交わりとして表せるものをいいます。

掛谷は最初、この答が「ルーローの三角形」（幅が一定のまま転がるが円ではない）であろうと考えましたが、藤原と窪田忠彦（1885～1952）はすぐに、高さが1の正三角形内でも長さが1の線分を一回転させることができることを指摘しました。正三角形が上の問題の解であることは、J. Pal という人によって1921年に示されました。

凸という条件を課さなければ、もっと小さな面積の図形の中で長さ1の線分が一回転できます。

窪田の例



ロシアの数学者であるベシコヴィッチの研究の結果，次のような驚くべき定理が示されました。

**長さ 1 の線分を内部で一回転させることができるような平面図形の中には，  
面積がいくらでも小さいものがある。**

ベシコビッチの解は，あらゆる方向に長さ 1 の線分を含む集合（掛谷集合と呼ばれる）の構成を土台としています。掛谷集合は，C. フェファーマン（1974 年にフィールズ賞を受賞）により級数の収束問題に応用されて以来，現代数学の重要な研究対象となっています。

**予想：正三角形を一行につなげた輪が十分長ければ，いくらでも体積の小さい図形の中で裏返せるであろう。**

ひょっとすると，この問題からも将来の重要な研究課題が生まれるかもしれません。

## (6) 日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール論文賞の 解説

### 問 題 1. 「円形の島の学区分け」

---

平らで円形の島国を、通学に便利な 12 の学区に分けてください。ただし、人口密度が場所によらず一定なときと、そうでないとき（例えば中心からの距離に反比例するなど）に分けて解答してください。

### 解 説

---

日本数学コンクール実行委員会委員 大 沢 健 夫 (名古屋大学多元数理科学研究科教授)

浅野晴香さんは、「学区分け」を「生徒数の等分」と「通学距離の和の最小化」という二つの条件を両立させる問題ととらえ、考えられる幾つかの場合について具体的な計算によって候補を絞った点が評価されました。考えの整理の仕方がしっかりしていました。

石橋怜奈さんは、浅野さんと同様、問題の趣旨をよく理解し、人口密度が場所によって違う場合の考察も具体的で適切でした。

## 問題 2. 「数字の出現頻度」

$1/3^n$  において小数点以下で初めに現れる 0 でない数を  $a_n$  とします。たとえば  $1/3 = 0.33\dots$ ,  $1/9 = 0.11\dots$ ,  $1/27 = 0.037\dots$ , より  $a_1 = 3$ ,  $a_2 = 1$ ,  $a_3 = 3$  などとなります。数列  $a_n$  に一番多く現れる数は何ですか。また 1 から 9 までのそれぞれの数について、現れる割合はどんな法則に従っているのでしょうか。

## 解 説

日本数学コンクール実行委員会委員 伊 師 英 之 (名古屋大学多元数理科学研究科准教授)

具体的に  $a_n$  の初めの 30 項を計算すると

3, 1, 3, 1, 3, 1, 4, 1, 4, 1, 5, 1, 5, 1, 6, 2, 6, 2, 7, 2, 8, 2, 9, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 4

となり、1 が最も多く 8 や 9 の出現頻度は少ないことが予想されます。問題の意味は分かりやすいので多くの人が取り組んでくれました。考え方には大きく分けて二通りあります。一つは対数を用いるもの、もう一つは数列の「周期性」に着目するというものです。

一般に実数  $x$  の小数部分  $x - [x]$  ( $[x]$  は  $x$  を超えない最大の整数) を  $\{x\}$  と書くものとする、 $a_n = k$  である必要十分条件は  $\log_{10} k \leq \{\log_{10}(1/3^n)\} < \log_{10}(k+1)$  であることが、常用対数の性質から分かります。一方  $\omega = -\log_{10} 3$  とおくと  $\log_{10}(1/3^n) = n\omega$  ですから、問題は等差数列  $b_n = n\omega$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) の小数部分  $\{b_n\}$  の振舞いということになります。実は公差  $\omega$  は無理数なので、 $\{b_n\}$  は区間  $[0, 1)$  において「均等に」分布することが知られています (ワイルの一様分布定理)。よって例えば

$a_n = 1$  となる確率は

$$\frac{\text{区間}[\log_{10} 1, \log_{10} 2) \text{ の長さ}}{\text{区間}[0, 1) \text{ の長さ}} = \log_{10} \frac{1}{2} = 0.3010 \dots$$

であり、すなわち 1 の出現頻度は約 30 パーセントとなります。同様に  $a_n = k$  となる確率は  $\log_{10} \frac{k+1}{k}$  となり、これから数字が大きいくほど出現頻度が低いこと (「出現頻度の単調減少性」)、さらに、数字  $k$  の出現頻度が  $2k$  と  $2k+1$  の出現頻度の和と等しいこと (「出現頻度の加法性」) などが分かります。以上が対数を用いた考え方です。すっきりと美しい議論ですが、鍵であるワイルの一様分布定理はきちんと定式化し証明するのが難しいので、そこを直観的にブラックボックスとして認めてしまう論文が多かったのは止むを得ないかもしれません。

さて数字9の現れ方に着目すると長さ21または23の有限数列が繰り返し出現することに気がつきます。実際、9と次の9の間に現れる数字のパターンは次の7種類のいずれかであることが証明できます。

- [a] : (9), 3, 1, 3, 1, 3, 1, 4, 1, 4, 1, 5, 1, 5, 1, 6, 2, 6, 2, 7, 2, 8, 2, 9
- [b] : (9), 3, 1, 3, 1, 3, 1, 4, 1, 4, 1, 5, 1, 5, 1, 6, 2, 7, 2, 7, 2, 8, 2, 9
- [c] : (9), 3, 1, 3, 1, 3, 1, 4, 1, 4, 1, 5, 1, 5, 1, 6, 2, 7, 2, 8, 2, 8, 2, 9
- [d] : (9), 3, 1, 3, 1, 3, 1, 4, 1, 4, 1, 5, 1, 5, 1, 6, 2, 7, 2, 8, 2, 9
- [e] : (9), 3, 1, 3, 1, 3, 1, 4, 1, 4, 1, 5, 1, 6, 2, 6, 2, 7, 2, 8, 2, 9
- [f] : (9), 3, 1, 3, 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1, 5, 1, 6, 2, 6, 2, 7, 2, 8, 2, 9
- [g] : (9), 3, 1, 3, 1, 4, 1, 4, 1, 5, 1, 5, 1, 6, 2, 6, 2, 7, 2, 8, 2, 9

さらに [a] の後には必ず [d] または [e] が続くことなど、有限数列同士のつながりも定まっています(ただし数列  $a_n$  は一つのパターンを無限に繰り返すという厳密な意味での周期は持ちません)。これらの事実はそれ自身興味深いだけでなく、それを用いて出現頻度についてブラックボックスの無い議論ができることに価値があります。

東海高校2年の浅井一将君、井関彰太君、内田明寛君、水野貴也君、荒井滉矢君、平岩和也君、山田優樹君と同校3年の因田知弘君は、8名の共著によって「対数」と「周期性」両方の考え方についてほぼ完璧な議論を展開しました。とくにワイルの一葉分布定理に依らずに  $\{1/3^n\}$  の確率分布を決定したことは素晴らしいことです。名古屋市立川名中学校3年の近藤友祐君と山田優太郎君は2名の共著において多くの文献を調査し、対数を用いた考え方について分かりやすくまとめていました。数列  $a_n$  のふるまいだけでなく様々な統計データにも現れる「ベンフォードの法則」に言及したことは評価できます。愛知教育大学附属岡崎中学校3年の丸山泰君と太田弘成君はそれぞれの論文において「周期性」の考え方に基づき、出現頻度の単調減少性を厳密に証明しました。とくに丸山君が出現頻度の加法性も示したことは大いに評価します。公文国際学園中学1年の木村宇輝君は  $a_n = k$  となる  $n$  の規則性を各  $k = 1, 2, \dots, 9$  について考察し、大変興味深い法則を発見しました。残念ながら証明はありませんでしたが、そこに発揮された独創性と洞察力は今後の成長が非常に楽しみです。

## 4. 受賞者一覧

### 第21回 日本数学コンクール受賞者一覧

#### 大賞 (1名)

OS-21 本田 貴大 兵庫 灘高等学校 高2 シャッフルの数理, 大きく切り開こう

#### 優秀賞 (3名)

S-3 岩橋 陽平 愛知 明和高等学校 高1 シャッフルの数理

S-70 鈴木 美菜 愛知 時習館高等学校 高2 大きく切り開こう

S-85 可児 丈輝 愛知 昭和高等学校 高2 シャッフルの数理

#### 優良賞 (8名)

S-1 久留宮 徹 愛知 東海高等学校 高1 シャッフルの数理

S-2 久留宮 毅 愛知 東海高等学校 高1 シャッフルの数理, 球に内接する多面

S-34 神野 拓哉 愛知 一宮高等学校 高2 シャッフルの数理, 大きく切り開こう

S-40 山口 雄太 愛知 一宮高等学校 高2 シャッフルの数理, 大きく切り開こう

S-58 大野 真澄 岐阜 大垣北高等学校 高2 大きく切り開こう, パネルの裏返し

S-73 筒山 晃司 愛知 時習館高等学校 高2 大きく切り開こう

S-81 木村 宏 三重 暁高等学校 高3 シャッフルの数理, 大きく切り開こう

S-88 中西 有馬 愛知 東海高等学校 高1 シャッフルの数理

#### 奨励賞 (16名)

S-17 三宅 庸仁 岐阜 恵那高等学校 高2 パネルの裏返し

S-18 山内 仁喬 岐阜 恵那高等学校 高2 シャッフルの数理

S-22 小椋 淳基 岐阜 恵那高等学校 高3 シャッフルの数理

S-23 今井 響 岐阜 恵那高等学校 高3 シャッフルの数理

S-32 赤堀 友哉 愛知 一宮高等学校 高1 大きく切り開こう

S-42 中西 和真 愛知 向陽高等学校 高2 大きく切り開こう

S-57 神谷 貴公 愛知 愛知教育大学附属高等学校 高2 パネルの裏返し

S-63 中森 幸佑 愛知 時習館高等学校 高1 シャッフルの数理

S-66 下間 康裕 愛知 時習館高等学校 高1 パネルの裏返し

S-69 秋山 知大 愛知 時習館高等学校 高2 パネルの裏返し

S-76 中垣内 千晶 愛知 明和高等学校 高2 シャッフルの数理

S-84 植田 智之 愛知 高蔵寺高等学校 高1 パネルの裏返し

OS-2 峰岡 晴彦 大阪 近畿大学附属高等学校 高2 パネルの裏返し

OS-5 米田 昌史 福岡 明治学園高等学校 高1 シャッフルの数理

OS-6 野相 祥平 福岡 明治学園高等学校 高2 シャッフルの数理, パネルの裏返し

OS-24 田中 敬也 滋賀 膳所高等学校 高1 大きく切り開こう, パネルの裏返し

表記は次の順にしてあります。参加番号、氏名、所在県名、所属校名、学年、表彰対象の問題。

## 第14回 日本ジュニア数学コンクール受賞者一覧

### 大賞 (2名)

J-53	早川 涼	愛知	千種中学校	中3	大きく切り開こう
OJ-5	宮本 大輔	兵庫	灘中学校	中2	シャッフルの数理

### 優秀賞 (3名)

J-1	丸山 泰	愛知	愛知教育大学附属岡崎中学校	中3	シャッフルの数理, 大きく切り開こう
J-5	野村 建斗	東京	筑波大学附属駒場中学校	中2	シャッフルの数理, パネルの裏返し
J-30	伊佐 碩恭	群馬	群馬大学教育学部附属小学校	小6	シャッフルの数理, 大きく切り開こう

### 優良賞 (7名)

J-4	杉本 悠太郎	東京	筑波大学附属駒場中学校	中1	シャッフルの数理, 大きく切り開こう
J-7	青木 謙典	愛知	花の木小学校	小6	シャッフルの数理
J-11	江尻 悠一郎	愛知	東海中学校	中1	シャッフルの数理
J-12	河路 墨生	愛知	東海中学校	中3	シャッフルの数理
J-13	松阪 龍文	東京	筑波大学附属駒場中学校	中2	大きく切り開こう
J-52	名取 雅生	愛知	守山西中学校	中1	大きく切り開こう
OJ-4	吉原 周	兵庫	甲陽学院中学校	中3	シャッフルの数理

### 奨励賞 (13名)

J-2	近藤 友祐	愛知	川名中学校	中3	シャッフルの数理
J-6	比護 遥	兵庫	灘中学校	中3	パネルの裏返し
J-26	横幕 晃好	兵庫	灘中学校	中1	大きく切り開こう
J-34	村松 美悠加	東京	白百合学園小学校	小5	パネルの裏返し
J-35	畑佐 有慶	愛知	東海中学校	中2	シャッフルの数理
J-36	藤岡 佑紀	東京	開成中学校	中1	大きく切り開こう
J-39	高尾 昇平	東京	筑波大学附属駒場中学校	中3	シャッフルの数理
J-41	大岡 湧汰	東京	開成中学校	中1	大きく切り開こう
J-44	中川 稜太	愛知	内海中学校	中3	大きく切り開こう
J-50	早稲倉 真穂	愛知	内海中学校	中3	パネルの裏返し
J-62	柴山 紗智子	愛知	横須賀中学校	中1	パネルの裏返し
OJ-1	岩切 慎太郎	兵庫	灘中学校	中1	シャッフルの数理
OJ-3	舟川 開	兵庫	灘中学校	中1	シャッフルの数理

表記は次の順にしてあります。参加番号、氏名、所在県名、所属校名、学年、表彰対象の問題。

## 第11回 日本数学コンクール論文賞受賞者一覧

### 金 賞

---

因 田 知 弘	愛 知 東海高等学校	高 3 (1名)	数字の出現頻度
浅 井 一 将		高 2 (7名)	
井 関 彰 太			
内 田 明 寛			
水 野 貴 也			
荒 井 滉 矢			
平 岩 和 也			
山 田 優 樹			

〈共著論文〉

### 銀 賞

---

該当者なし

### 銅 賞

---

該当者なし

表記は次の順にしております。氏名、所在県名、所属校名、学年、表彰対象のテーマ。

## 第11回 日本ジュニア数学コンクール論文賞受賞者一覧

### 金 賞

---

該当者なし

### 銀 賞

---

近藤友祐 愛知 川名中学校 中3 数字の出現頻度  
山田優太郎  
〈共著論文〉

丸山 泰 愛知 愛知教育大学附属岡崎中学校 中3 数字の出現頻度

### 銅 賞

---

石橋怜奈 神奈川 公文国際学園中等部 中1 円形の島の学区分け

浅野晴香 神奈川 公文国際学園中等部 中1 円形の島の学区分け

太田弘成 愛知 愛知教育大学附属岡崎中学校 中3 数字の出現頻度

木村宇輝 神奈川 公文国際学園中等部 中1 数字の出現頻度

### 参 考

〈副賞(本)〉

寄り道の多い数学

表記は次の順にしております。氏名、所在県名、所属校名、学年、表彰対象のテーマ。

## 5. 日本数学コンクール参加状況

### 第21回 日本数学コンクール参加状況一覧

総合計 120

【会場：名古屋大学】

地域	学校所在地	性別	高 校 生						合 計	
			1年		2年		3年			
中部	愛知	男	22	20	30	26	0	0	52	46
		女		2		4		0		6
	岐阜	男	8	8	18	15	6	6	32	29
		女		0		3		0		3
	三重	男	2	2	0	0	1	1	3	3
		女		0		0		0		0
関東	東京	男	1	1	0	0	0	0	1	1
		女		0		0		0		0
合 計		男	33	31	48	41	7	7	88	79
		女		2		7		0		9

【会場：津高校（三重）】

地域	学校所在地	性別	高 校 生						合 計	
			1年		2年		3年			
中部	三重	男	5	3	4	4	0	0	9	7
		女		2		0		0		2

【会場：大手前高校（大阪）】

地域	学校所在地	性別	高 校 生						合 計	
			1年		2年		3年			
近畿	大阪	男	6	5	9	9	4	4	19	18
		女		1		0		0		1
	兵庫	男	0	0	1	1	0	0	1	1
		女		0		0		0		0
	滋賀	男	1	1	0	0	0	0	1	1
		女		0		0		0		0
九州	福岡	男	1	1	1	1	0	0	2	2
		女		0		0		0		0
合 計		男	8	7	11	11	4	4	23	22
		女		1		0		0		1

## 第 21 回 日本数学コンクール参加校一覧

学校所在都道府県	学 校 名
東 京 都	和 光 高 等 学 校
愛 知 県	愛知教育大学附属高等学校
	一 宮 高 等 学 校
	春 日 井 高 等 学 校
	高 蔵 寺 高 等 学 校
	向 陽 高 等 学 校
	昭 和 高 等 学 校
	武 豊 高 等 学 校
	東 海 高 等 学 校
	時 習 館 高 等 学 校
	豊 田 西 高 等 学 校
	名古屋女子大学附属高等学校
	鳴 海 高 等 学 校
	南 山 国 際 高 等 学 校
	西 春 高 等 学 校
	半 田 高 等 学 校
	名大教育学部附属高等学校
明 和 高 等 学 校	
岐 阜 県	恵 那 高 等 学 校

学校所在都道府県	学 校 名
岐 阜 県	大 垣 北 高 等 学 校
	岐 山 高 等 学 校
	岐 阜 高 等 学 校
三 重 県	暁 高 等 学 校
	鈴 鹿 高 等 学 校
	松 阪 高 等 学 校
大 阪 府	茨 城 高 等 学 校
	大阪学芸中等教育高等学校
	大 手 前 高 等 学 校
	近畿大学附属高等学校
	高 津 高 等 学 校
兵 庫 県	灘 高 等 学 校
滋 賀 県	膳 所 高 等 学 校
福 岡 県	明 治 学 園 高 等 学 校

## 第 14 回 日本ジュニア数学コンクール参加状況一覧

総合計 61

【会場：名古屋大学】

地域	学校所在地	性別	小学生		中 学 生						合 計	
			5年	6年	1年		2年		3年			
中部	愛知	男	0	1	9	8	11	9	20	19	41	37
		女	0	0		1		2		1		4
	岐阜	男	0	0	0	0	3	2	0	0	3	2
		女	0	0		0		1		0		1
関東	東京	男	0	0	3	3	3	3	1	1	8	7
		女	1	0		0		0		0		1
	群馬	男	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1
		女	0	0		0		0		0		0
関西	兵庫	男	0	0	1	1	0	0	1	1	2	2
		女	0	0		0		0		0		0
合 計	男	0	2	13	12	17	14	22	21	55	49	
	女	1	0		1		3		1		6	

【会場：津高校（三重）】

地域	学校所在地	性別	中 学 生						合 計	
			1年		2年		3年			
中部	三重	男	0	0	0	0	1	1	1	1
		女	0	0	0	0	0	0		0
合 計	男	0	0	0	0	1	1	1	1	
	女	0	0	0	0	0	0		0	

【会場：大手前高校（大阪）】

地域	学校所在地	性別	中 学 生						合 計	
			1年		2年		3年			
近畿	大阪	男	0	0	0	0	1	0	1	0
		女	0	0	0	0	1	1		1
	兵庫	男	2	2	1	1	1	1	4	4
		女	2	0	1	0	1	0		0
合 計	男	2	2	1	1	2	1	5	4	
	女	2	0	1	0	2	1		1	

## 第 14 回 日本ジュニア数学コンクール参加校一覧

学校所在 都道府県	市町村	学 校 名
愛知県	岡 崎 市	愛知教育大学附属岡崎中学校
		額 田 中 学 校
	蒲 郡 市	塩 津 中 学 校
	小 牧 市	岩 崎 中 学 校
	新 城 市	千 郷 中 学 校
	知 多 郡	内 海 中 学 校
	東 海 市	横 須 賀 中 学 校
	豊 田 市	保 見 中 学 校
	名古屋市	助 光 中 学 校
		千 種 中 学 校
		東 海 中 学 校
		港 南 中 学 校
		守 山 西 中 学 校
		川 名 中 学 校
	西 尾 市	花 の 木 小 学 校
	丹 羽 郡	扶 桑 中 学 校
岐阜県	多 治 見 市	小 泉 中 学 校
	中 津 川 市	神 坂 中 学 校
	瑞 穂 市	穂 積 中 学 校

学校所在 都道府県	市町村	学 校 名
三重県	鈴 鹿 市	鈴 鹿 中 学 校
大阪府	東大阪市	プ ー ル 学 院 中 学 校
兵庫県	神 戸 市	灘 中 学 校
		甲 陽 学 院 中 学 校
東京都	荒 川 区	開 成 中 学 校
	新 宿 区	白 百 合 学 園 小 学 校
	世 田 谷 区	筑波大学附属駒場中学校
群馬県	前 橋 市	群馬大学教育学部附属小学校

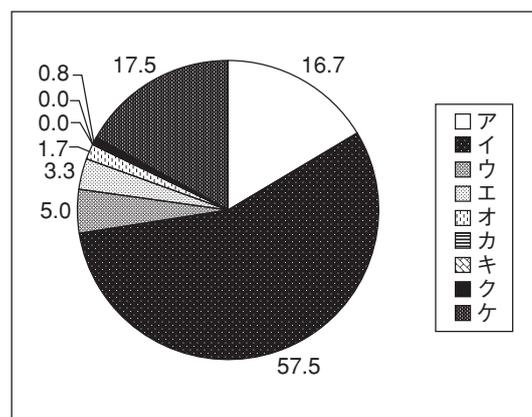
## 6. 参加者アンケート調査結果

### 第 21 回日本数学コンクール

アンケート総数 120

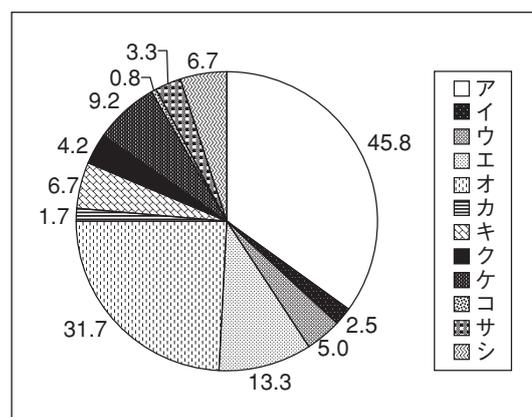
#### 1. 今回のコンクールの開催については、どのようにして知りましたか。

ア. 学校の掲示を見て	20 人 (16.7%)
イ. 先生から	69 人 (57.5%)
ウ. 友人から	6 人 (5.0%)
エ. 両親から	4 人 (3.3%)
オ. 兄弟姉妹から	2 人 (1.7%)
カ. 新聞で	0 人 (0.0%)
キ. ラジオ・テレビで	0 人 (0.0%)
ク. 雑誌で	1 人 (0.8%)
ケ. その他	21 人 (17.5%)
○ 昨年も参加	4 人 (3.3%)
○ インターネットを見て	4 人 (3.3%)
○ 近大の HP から	1 人 (0.8%)
○ 資料が届いたので	2 人 (1.7%)
○ 部活 (数学物理研究会)	7 人 (5.8%)
○ SSH	1 人 (0.8%)



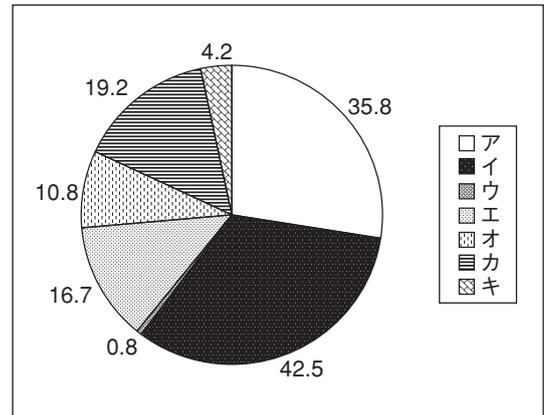
#### 2. 今回のコンクールを受けようと思ったきっかけは何ですか。

ア. 数学が好きだから	55 人 (45.8%)
イ. 数学が好きになりたいと思ったから	3 人 (2.5%)
ウ. 数学が苦手だから	6 人 (5.0%)
エ. 以前参加して有意義だったから	16 人 (13.3%)
オ. 先生に進められたから	38 人 (31.7%)
カ. 両親に進められたから	2 人 (1.7%)
キ. 友人に誘われたから	8 人 (6.7%)
ク. 名古屋大学のキャンパスに関心があったから	5 人 (4.2%)
ケ. なんとなく興味があったから	11 人 (9.2%)
コ. 参考書持参が自由だから	1 人 (0.8%)
サ. コンクールの雰囲気を知りたいから	4 人 (3.3%)
シ. その他	8 人 (6.7%)
○ 数学部	5 人 (4.2%)
○ SSH	2 人 (1.7%)



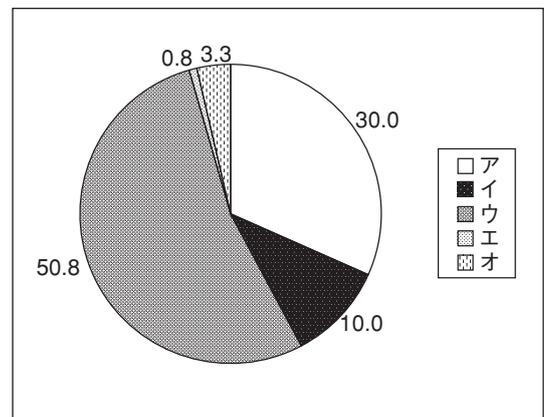
3. 今回のコンクールの問題については、どのように感じましたか。

ア. 問題が難しいと思った	43人 (35.8%)
イ. 問題は難しいけれど楽しかった	51人 (42.5%)
ウ. 問題が難しいと思わなかった	1人 (0.8%)
エ. 学校での問題とは、かなり内容が違うと思った	20人 (16.7%)
オ. 数学の学問的広さを感じた	13人 (10.8%)
カ. 問題の意味が分かりにくい	23人 (19.2%)
キ. その他	5人 (4.2%)
○ 図形問題が多かった	
○ 問題の意図がわかりにくいものがあった	
○ 時間が足りなかった	
○ 子供っぽく難しい	



4. 今回のコンクールに参加して、今後のことをどう思いますか。

ア. 勉強の励みになると思う	36人 (30.0%)
イ. 今後の進路を考える参考になると思った	12人 (10.0%)
ウ. 数学に対するイメージがこれまでより広がった	61人 (50.8%)
エ. 数学に対するイメージがこれまでより悪くなった	1人 (0.8%)
オ. その他	4人 (3.3%)



5. 数学以外の分野でも同じようなコンクールがあったらよいと思いますか。あれば、それはどのような分野ですか。

1位 化学	17人 (14.2%)
2位 物理	14人 (11.7%)
3位 英語	4人 (3.3%)
3位 科学	2人 (1.7%)
3位 地学	2人 (1.7%)
3位 天文	2人 (1.7%)
3位 国語	2人 (1.7%)
3位 情報	2人 (1.7%)

\*その他 (各1名ずつ)

○生物, 現代社会, 漢字, 古文, 小論文, パソコン, ロボット, 難読地名

6. 今までで何か数学に関する本で特に興味を持って読んだものがあったら書いてください。

1位 フェルマーの最終定理	11人 (9.2%)
2位 数の悪魔	3人 (2.5%)
3位 博士の愛した数式	3人 (2.5%)

4位 数学ガール 3人 ( 2.5%)

5位 数学オリンピック事典 2人 ( 1.7%)

\*その他 (各1名ずつ)

- 数学の歴史
- パラドックスについての本
- インド式の計算に関しての本
- 黄金比
- 和算に関する本, ピタゴラスの証明
- X の X 乗はなし
- 数学を楽しむ
- 世にも美しい数学入門
- ルイス・キャロルについての本
- 数学力は国語力
- 計算力を強くする
- GEB, ふしぎの輪
- ニュートン
- オイラー入門
- 虚数の情緒
- 空想科学読本
- 指数, 対数のはなし
- 無限と連続
- 大学への数学, チャート
- インド式計算術
- 確立と整数
- 離散幾何学講義, 数論入門 I, II
- モノグラフ (公式)
- オイラーの贈物
- 7大未解決問題に関する本
- 零の発見
- 暗号解説
- イアンスチュアートの数学の秘密の本棚
- ポアンカレ予想
- パズルでめぐる数が気宇ワール
- 分ける・塗る・しきつめる

7. 名古屋大学では数学についての公開形式のセミナーを、「数理ウェーブ」という名で開催しています。講演者は主に名古屋大学の教員や院生で、話題は数学コンクールの問題に関連したものから素粒子論まで様々です。数理ウェーブの開催日は10月～1月と3月～6月の第4土曜日で、場所は名古屋大学理1号館509講義室、題目や要旨はインターネットで公開しています。(名大のホームページにリンクしています。)今年度開催された講演のテーマは次のとおりです。

開催日	4月24日(土)	「対数関数の多様な姿」 「数の概念について」
	5月22日(土)	「3次元球面を視る(2つのボールを張り合わせよう)」 「いろいろな加法定理」
	6月26日(土)	「経路積分から見るミクロの世界」 「動かない点と動く座標」

- A. 数理ウェーブが行われていることを知っていますか。

- ①知っている 27人(22.5%)  
②知らない 89人(74.2%)

- B. これから数理ウェーブに参加する希望はありますか。

- ①ある 12人(10.0%)  
②ない 22人(18.3%)  
③わからない 81人(67.5%)

- C. これから数理ウェーブで行ってほしいテーマがあったら書いてください。

- ゼータ  
四色問題  
三角関数  
整数  
整数論  
ゼータ関数  
位相  
素数や完全数といった数字がどんな意味を持っているのか。

8. その他、感想があれば何でも結構ですから書いてください。

- おもしろかったです。  
様々な発想が必要となることがわかった。難しくて全くわからなかったけれど、これから解くことができるように数学を頑張りたいと感じた。  
問が少し難しかった。  
初参加で難しかったけれど楽しかったです。また参加したいです。  
普段は解かないような問題で難しいと感じた。  
長い時間をかけてこのような問題を解くのはとても集中してできたし、楽しかったし、それに環境もとてもよかった。問題のレベルは高かったものの制限時間が長いのであせらずゆっくりできた。いつもやっているのは計算などだから、たまにはこのような問題もよかった。  
問題はシンプルでも奥が深いと思った。

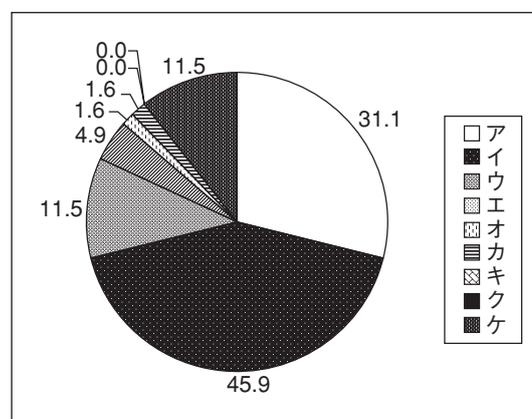
- パソコンでの申し込みの記入の仕方が分かりにくかったから記入例みたいなものをつけてほしかった。
- とても考えることができおもしろかった。
- 私はこのコンクールに参加することは今回が初めてでした。とても問題が複雑で大変でした。でも数学の広さを感じることができ、良い経験ができました。これからも数学を頑張っていきたいです。
- 疲れる。
- 難しい。
- 学校で行うラストの難しいとは全くちがった難しさでした。何かとても漠然としていてどうしていかかわからない問題がたくさんありました。
- 問題の意味がわからないときがある。
- 面白い問題ばかりだった。
- 問題1の規則を見つける問題が楽しかったです。
- もう少し条件を与えてもよいと思う。
- 次回も受けてみたいです。回数が増えたらいいと思います。
- パネルの問題でまずピラミッドを作るのが難しすぎました。
- 整数の抽象概念。
- 微積分（無限）。
- 問題が非常に難しかったと思います。でも、やって損したな～とは思いませんでした。これからも数学をがんばっていききたいと思います。
- とても難しかった。
- 関数に関する問題があってほしかった。
- 楽しかったです。ありがとうございました。
- 難しかったけど楽しかった。
- ジュニアとは違うのでしょうか？
- 数理ウェブのテーマは面白そうだが名大は遠い。
- 数学の広さについてももっともっと深く研究してみたいなと思いました。
- 思ったよりも楽しかった。
- 今年は初めてで結果はボロボロでしたが、来年もコンクールに出たいのもっと数学を勉強したいです。
- 普段解いている問題とけっこう違って色々違う観点から考える練習になった。
- 楽しかった。
- 問題4がとても難しかった。
- 楽しかったです。
- 論理的に事柄を示すための力を確認できて良い時間となった。
- 今回は出来が不完全燃焼だったので、もっと勉強しなければと思われました。来年はもっとできるいいものにしようと思います。
- 考えさせられる問題ばかりだった。

## 第 14 回日本ジュニア数学コンクール

アンケート総数 61

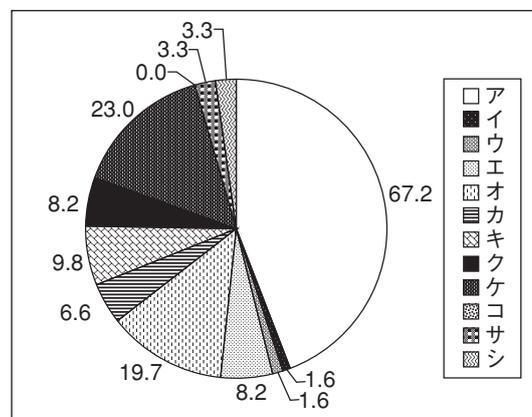
### 1. 今回のコンクールの開催については、どのようにして知りましたか。

ア. 学校の掲示を見て	19 人 (31.1%)
イ. 先生から	28 人 (45.9%)
ウ. 友人から	7 人 (11.5%)
エ. 両親から	3 人 (4.9%)
オ. 兄弟姉妹から	1 人 (1.6%)
カ. 新聞で	1 人 (1.6%)
キ. ラジオ・テレビで	0 人 (0.0%)
ク. 雑誌で	0 人 (0.0%)
ケ. その他	7 人 (11.5%)
○部活	1 人 (1.6%)
○インターネット	3 人 (4.9%)
○学校で配布されたプリント	1 人 (1.6%)
○昨年も参加したから	2 人 (3.3%)
○ポスター	1 人 (1.6%)



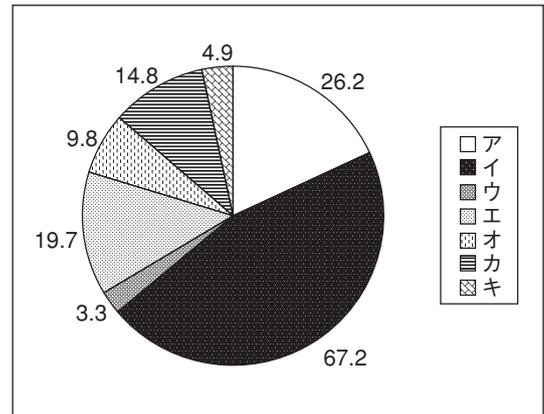
### 2. 今回のコンクールを受けようと思ったきっかけは何ですか。

ア. 数学が好きだから	41 人 (67.2%)
イ. 数学が好きになりたいと思ったから	1 人 (1.6%)
ウ. 数学が苦手だから	1 人 (1.6%)
エ. 以前参加して有意義だったから	5 人 (8.2%)
オ. 先生に進められたから	12 人 (19.7%)
カ. 両親に進められたから	4 人 (6.6%)
キ. 友人に誘われたから	6 人 (9.8%)
ク. 名古屋大学のキャンパスに関心があったから	5 人 (8.2%)
ケ. 何となく興味があったから	14 人 (23.0%)
コ. 参考書持参が自由だから	0 人 (0.0%)
サ. コンクールの雰囲気を味わいたいから	2 人 (3.3%)
シ. その他	2 人 (3.3%)
○コンクールに参加してみたいと思ったから	2 人 (3.3%)
○ジュースが飲めるから	1 人 (1.6%)



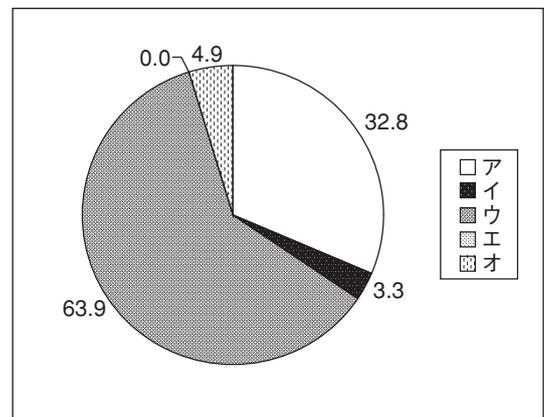
3. 今回のコンクールの問題については、どのように感じましたか。

ア. 問題が難しいと思った	16人 (26.2%)
イ. 問題は難しいけれど楽しかった	41人 (67.2%)
ウ. 問題が難しいと思わなかった	2人 (3.3%)
エ. 学校での問題とは、かなり内容が違うと思った	12人 (19.7%)
オ. 数学の学問的広さを感じた	6人 (9.8%)
カ. 問題の意味が分かりにくい	9人 (14.8%)
キ. その他	3人 (4.9%)
○普通だった	1人 (1.6%)
○創造の高まる問題だと思った	1人 (1.6%)
○問題文が何を求めてもらいたいのかわからない	1人 (1.6%)



4. 今回のコンクールに参加して、今後のことをどう思いますか。

ア. 勉強の励みになると思う	20人 (32.8%)
イ. 今後の進路を考える参考になると思った	2人 (3.3%)
ウ. 数学に対するイメージがこれまでより広がった	39人 (63.9%)
エ. 数学に対するイメージがこれまでより悪くなった	0人 (0.0%)
オ. その他	3人 (4.9%)
○数学は暗記じゃどうにもならないと思った	1人 (1.6%)
○これからは様々な問題に取り組もうと思った	1人 (1.6%)
○国語力必要	1人 (1.6%)



5. 数学以外の分野でも同じようなコンクールがあったらよいと思いますか。あれば、それはどのような分野ですか。

1位 化学	6人 (9.8%)
2位 科学	5人 (8.2%)
3位 理科	4人 (6.6%)
4位 物理	3人 (4.9%)
4位 地理	3人 (4.9%)
4位 理科	3人 (4.9%)
7位 生物	2人 (3.3%)
8位 漢字	2人 (3.3%)

\*その他 (各1名ずつ)

○英語, 論理, 体育, 情報, 社会, 小説, 計算, コンピュータ, 技術, 暗号, 歴史

6. 今までで何か数学に関する本で特に興味を持って読んだものがあったら書いてください。

1位 数の悪魔 7人 (11.5%)

3位 博士の愛した数式 2人 (3.3%)

\*その他 (各1名ずつ)

- 天地明察
- 大人のための数学 (ex. ④解析学の展開)
- 数学物語
- ベンフォード
- 空想きかがやく
- $\pi$  についての本
- 微分・積分の本
- $\pi$  と  $e$  の話
- ピタゴラスの定理 100 の証明
- フェルマーの最終定理
- 素数夜曲
- 数学辞典
- 聖なる数学・算額
- 数学質問箱
- 目でみる数学
- 図解雑学, パラドックス

7. 名古屋大学では数学についての公開形式のセミナーを、「数理ウェーブ」という名で開催しています。講演者は主に名古屋大学の教員や院生で、話題は数学コンクールの問題に関連したものから素粒子論まで様々です。数理ウェーブの開催日は10月～1月と3月～6月の第4土曜日で、場所は名古屋大学理1号館509講義室、題目や要旨はインターネットで公開しています。(名大のホームページにリンクしています。)今年度開催された講演のテーマは次のとおりです。

開催日	4月24日(土)	「対数関数の多様な姿」 「数の概念について」
	5月22日(土)	「3次元球面を視る(2つのボールを張り合わせよう)」 「いろいろな加法定理」
	6月26日(土)	「経路積分から見るミクロの世界」 「動かない点と動く座標」

A. 数理ウェーブが行われていることを知っていますか。

- ①知っている 15人 (24.6%)
- ②知らない 46人 (75.4%)

B. これから数理ウェーブに参加する希望はありますか。

- ①ある 10人 (16.4%)
- ②ない 6人 (9.8%)
- ③わからない 43人 (70.5%)

C. これから数理ウェブで行ってほしいテーマがあったら書いてください。

- $\pi$ の話
- 数学基礎論, 微席の応用
- 次元
- 微分 積分 偏微分 円周率  $\pi$
- 世界の数学, 数のなりたち
- トポロジー
- 数の集合

8. その他, 感想があれば何でも結構ですから書いてください。

- いつもはこんなに長い時間かけて問題を解くことがないので貴重な時間になった。
- かなり難しかったです。次回もがんばります。
- 思ったよりおもしろかった。
- 時間がすごく長くて集中力がとぎれそうだったけど頑張れて良かった。
- 1問の問題でもじっくりと時間をかけて取り組みれば, 面白いものを発見できるということに気がきました。問題が解けて「楽しい!」と感ずることができました。
- 1番の問題は解きごたえが十分でしたが, あとの問題は手に負えませんでした。
- ボールペン付きのシャープペンシルではなく, シャープペンシルだけのものもいい。お忙しい中, 申し分けありませんでした。
- 今回がコンクール初めてで難しい問題ばかりだったから困ったけど自分なりに頑張れていい経験になりこれからもコンクールに参加したい。
- すごく難しかったけど楽しかった。もう少し学力が向上したらまた受けたい。
- 初めて参加したけれど面白かったです。前あった「ランキング」や「希望調整問題」のような生活に関係している問題がもっとあったらうれしいです。問4が深かったです。
- わかりやすい内容(小学校とかの)の応用で難しい問題とかも作ってほしいと思った。けど, 学校で習ったようなものではなかったのが面白かった。もうすこし近所で開催してくれると有難かった。
- 数学コンクールも金賞, 銀賞, 銅賞の3位制にしてほしい。
- 問題数を難易度を変えてももっとだしてほしい。
- 数学コンクールはとても楽しい問題があっていい。また参加したい。
- 問題が難しかった。いろいろな考えができておもしろかった。
- 今まで学校で勉強したものと全然違っていても難しかった。
- 数学はいろいろな角度から見ると考えがちがって楽しいと思った。
- 私は今回はじめて参加しましたが, とても楽しかったです。学校のテストのような堅苦しいものではなく, (学校のテストは考えるのが苦しいのですが) この問題は楽しくとくことができました。
- 難しく, でも解ける問題だったので良かった。何年に一度やっているのか知りたい。
- この数学コンクールはふつうの試験などと比べて楽しかったと思います。名古屋大学も始めて見られて良かったです。
- まったくわからなかった。学校でやっている数学とは全然違って難しい問題ばかりだった。しかし, とても楽しかった。
- 問題4の(2)の問題で最後の図について。あれは線がかさなっているっぽく見えてしまい, わかりにくい図でした(最後はわかったけれど)。問題3は楽しかったです。
- とても頭を使う問題ばかりで楽しかったです。ただ前後で席が近いので気になります。

- とても自由に考えることができたので、すごく楽しく熱中することができました。
- 問題文を読む力や説明する力も必要だと思った。
- 意味がわからない問題が多かったが、そのおかげか一問に集中できた。

# 日本数学コンクール委員会名簿

委員長 宮田 隆 司 (名古屋大学理事・副総長)

委員 木村 芳 文 (大学院多元数理科学研究科長)

川口 潤 (大学院情報文化学部長)

多和田 眞 (大学院経済学研究科長)

國枝 秀 世 (大学院理学研究科長)

鈴置 保 雄 (大学院工学研究科長)

大西 昇 (大学院情報科学研究科長)

高橋 誠 (名古屋大学事務局長)

井深 順 二 (名古屋大学研究協力部長)

安本 雅 洋 (大学院情報科学研究科教授)

大沢 健 夫 (大学院多元数理科学研究科教授)

# 日本数学コンクール実行委員会名簿

学内委員 大 沢 健 夫 (名古屋大学多元数理科学研究科 教授)  
宇 澤 達 (名古屋大学多元数理科学研究科 教授)  
伊 師 英 之 (名古屋大学多元数理科学研究科 准教授)  
安 本 雅 洋 (名古屋大学情報科学研究科 教授)  
佐 藤 潤 也 (名古屋大学情報科学研究科 准教授)  
花 藺 誠 (名古屋大学経済学研究科 准教授)  
渡 辺 武 志 (名古屋大学教育学部附属高等学校 教諭)

学外委員 鈴 木 紀 明 (名城大学理工学部 教授)  
伊 藤 正 之 (中部大学教授 名古屋大学名誉教授)  
太 田 稔 (愛知教育大学 名誉教授)  
高 田 宗 樹 (福井大学大学院工学研究科 准教授)  
岩 本 隆 宏 (三重県立松坂高等学校 教頭)  
奥 田 真 吾 (三重県立津高等学校 教諭)  
高 原 文 規 (愛知県立瑞陵高等学校 教諭)  
土 岐 慎 一 (岐阜県立多治見北高等学校 教諭)  
丹 羽 一 雄 (愛知県淑徳高等学校 教諭)  
野 村 昌 人 (愛知県立一宮興道高等学校 教諭)  
服 部 保 孝 (愛知県立一宮北高等学校 校長)  
樋 口 英 次 (愛知県立瑞陵高等学校 教諭)  
深 川 久 (大阪府立大手前高等学校 教諭)  
村 田 英 康 (愛知県立高蔵寺高等学校 教諭)  
渡 辺 喜 長 (愛知県立旭丘高等学校 教諭)  
田 所 秀 明 (三重県立津西高等学校 教諭)  
竹 内 英 人 (名城大学教職センター 准教授)  
小 島 彰 二 (北名古屋市白木中学校 教諭)  
青 木 勝 人 (愛知県立瑞陵高等学校 教諭)  
児 玉 靖 宏 (愛知県立鳴海高等学校 教諭)  
石 川 勝 (株式会社マイクロハウス)  
伊 藤 慎 吾 (愛知県立明和高等学校 教諭)  
山 内 真澄美 (愛知県立日進西高等学校 教諭)  
松 川 和 彦 (愛知江南短期大学 元工学部総務課長)

# 主 催

日本数学コンクール委員会  
名古屋市千種区不老町 名古屋大学

## 後 援

愛知県教育委員会	岐阜県教育委員会
三重県教育委員会	大阪府教育委員会
名古屋市教育委員会	大阪市教育委員会
愛知県高等学校数学研究会	岐阜県高等学校数学教育研究会
三重県高等学校数学教育研究会	大阪高等学校数学教育会
中日新聞社	N H K 名古屋放送局
東海テレビ放送株式会社	T V 愛知株式会社

## ■ ■ ■ 編 集 後 記 ■ ■ ■

数コンは第21回を迎え、名古屋大学の正式行事となりました。今まで参加された方は驚くかもしれませんが、今までは名古屋大学の一部の先生と地域の中学校や高等学校の先生によるボランティアで開催されていたのです。とはいえ、20回以上も自主努力だけで継続できたわけではありません。数コンに思い入れのある先生方だけでなく、高橋理事を始めとする大学の幹部や各県の教育委員会も支援を続けてきたから、ここまで来たのでしょうか。では、何故、正規の事業として体制を整えなかったのか？学術としての数学を重要視したので体制化は憚られた？単に予算が無かった？古参のスタッフに聞いても諸説様々あるようですが、答えは「よく分からない」だそうです。まさか、今までの経緯までもが、共通問題みたいな難解さとは・・・。

(S生記)