

問題 1 : 正多面体を多面的に考える

正多面体については、ギリシャ時代より多くのことが知られてきました。ここでは正多面体を多面的に考えてみましょう。まず、正多面体の定義を確認しておきます。

次の条件を満たす凸多面体を正多面体という：

- [1] 各面はすべて合同な正多角形である。
- [2] 各頂点に集まる面の数はすべて等しい。

注) 平面だけで囲まれた図形を多面体とよび、へこみのない多面体を凸多面体という。

次の各問に答えてください。

- (1) 正多面体は 5 種類しかないことを示してください。
- (2) 正五角形を定規とコンパスのみで作図してください (分度器は使用不可)。なお、作図に際して利用した補助線等は消さずに残し、作図の手順を明記してください。
- (3) 正多面体を作成する場合、画用紙に正多面体の展開図を描き、ノリシロを付けます。そのとき、次式が成り立つことを示してください：
$$\text{ノリシロの数} = \text{正多面体の頂点の数} - 1$$
- (4) 1つの頂点から出発し、一筆描きですべての辺と頂点を通過できる正多面体は存在しますか。根拠とともに明示してください。但し、一筆描きで、頂点は何度でも通過できるが、辺は1回のみ通過できるとします。

(5) 5種類の正多面体が半径1の球に内接していると仮定します。このとき次表を完成してください。ただし、計算過程を残し、求めた過程を分かりやすく説明すること。

	正四面体	正六面体	正八面体	正十二面体	正二十面体
一辺の長さ					
体積					
中心から多面体の一つの面までの距離					
多面体の1つの面の面積					

(6) (5)の表に好きな項目(複数可)を加えて、拡張してください。