

日本数学コンクール・日本ジュニア数学コンクール 2011 共通問題

問題 1 「すごい約分？」

O沢君は計算が得意です。Y本先生の今日の課題は 「 $\frac{484}{847}$ を約分しなさい」 です。

O沢君は、84 で約分して、あっという間に

$$(*) \quad \frac{4 \overline{84}}{\overline{84} 7} = \frac{4}{7}$$

と答えました(実際に 121 が最大公約数です)。

Y本先生は「それはおもしろいですね。他にもそのような数を探してみましょう。」といって次の問題を出しました。

(1) 2ケタの整数(すなわち、A が1ケタの数)のときで

$$(**) \quad \frac{aA}{Ab} = \frac{a}{b} \quad \text{ただし} \quad a < b$$

をみたすものをすべて求めなさい。

さらに、3ケタの整数(すなわち、A が2ケタの数)で上の(**)をみたすものを求めなさい。

((*) はそのような例です。それ以外をすべて求めて下さい。)

(2) より一般に、A が n ケタの整数で(**)が成り立つような a, b はあるでしょうか？

(3) a = 1, b = 6 のときは、(**)をみたすような n ケタの数 A は存在しないことを説明しなさい。

さらに、a = 1, b = 6 の他に(**)が成立しない a, b の組はどんなものがありますか？