

ジュニア・シニア共通問題 1

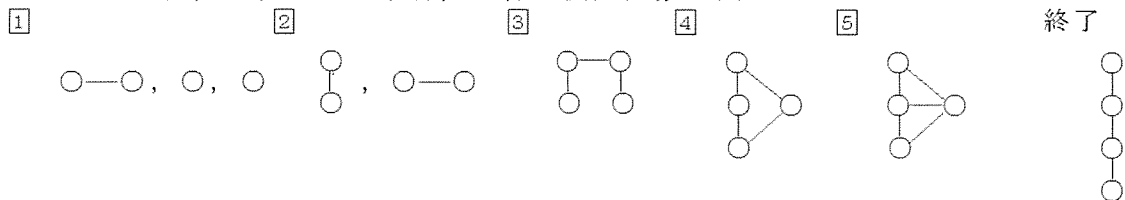
小石と天秤

8個の重さの異なる小石があります。これらを2台の天秤を使って重さの順に並べます。できるだけ天秤の使用回数の少ない方法を考えてください。2台の天秤は同時に使用でき、その場合使用回数は1回と数えます。天秤が4台の場合はどうでしょうか。小石が16個で天秤が2台の場合や4台の場合も考えてください。

解答解説

下記の図で、○は小石を表し、赤線で天秤で重さを比較する小石を結び、黒線は重さの比較が終了した小石を結び軽い方が上に重い方が下にしています。

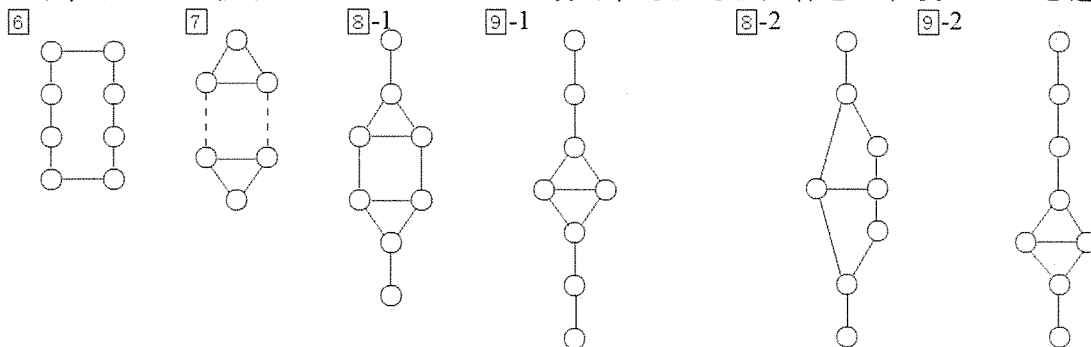
I. 小石4個、天秤1台の場合、天秤の使用回数5回



上図では早く終了する場合は省略しています。(最も天秤の使用回数が多い場合だけ表しています。例えば④で左の小石が右の小石より軽い場合は早く終了するので省略しています。以下の図でも同様に早く終了する場合は省略しています)

II. 小石8個、天秤2台の場合、天秤の使用回数は9回

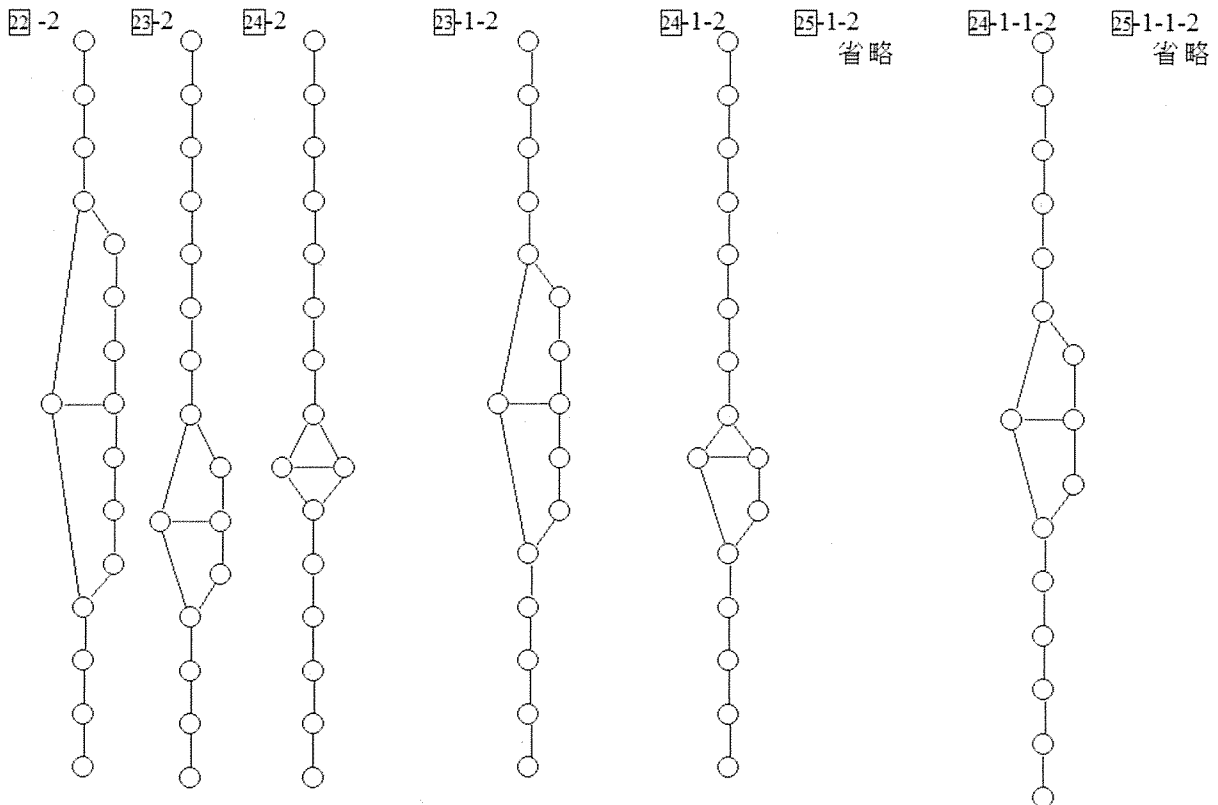
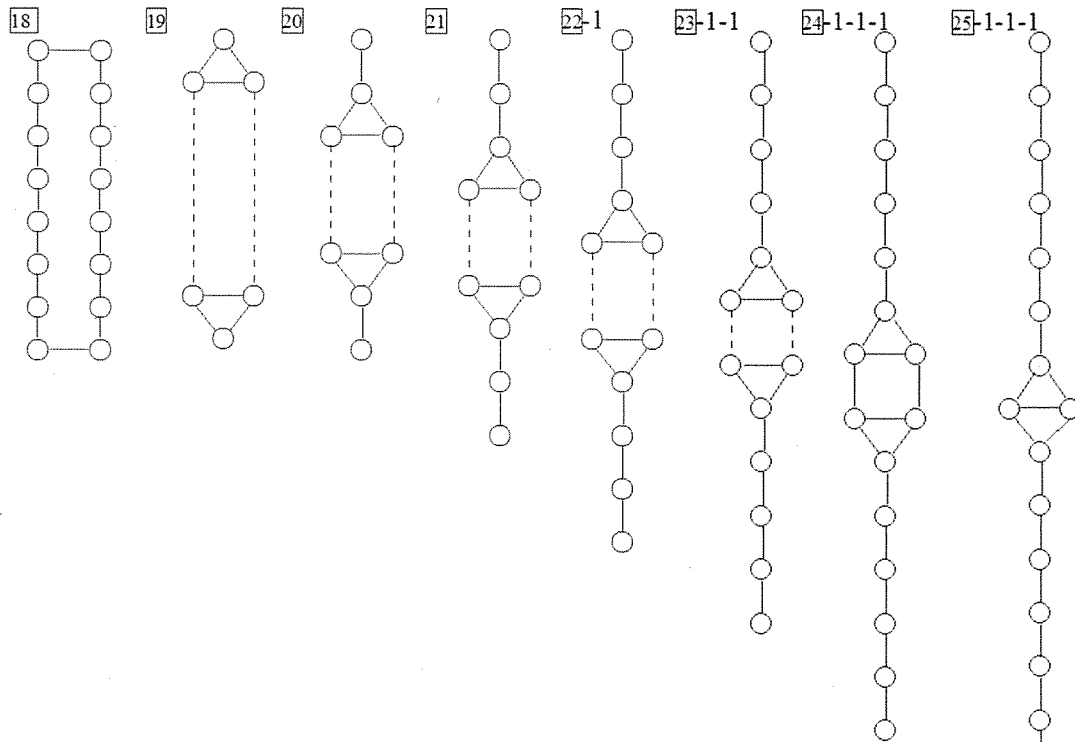
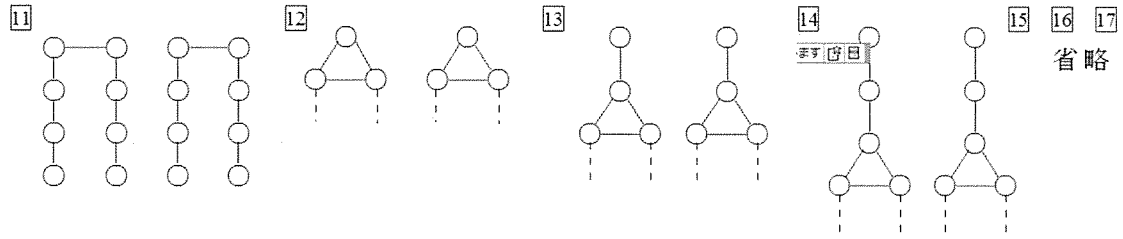
まず、小石を4個ずつ二つのグループに分け、それぞれ天秤を一台使ってIを適用します。



この場合の正解(9回)の答えは多数あり全員の名前をあげることはできませんが、ほとんどの人が⑧-2のcaseについての考察がありませんでした。以下の②②-2～, ②③-1-2～, ②④-1-1-2～なども同様ですが、天秤が一台しか使えないcaseについての考察があった方がより完全な証明になります。

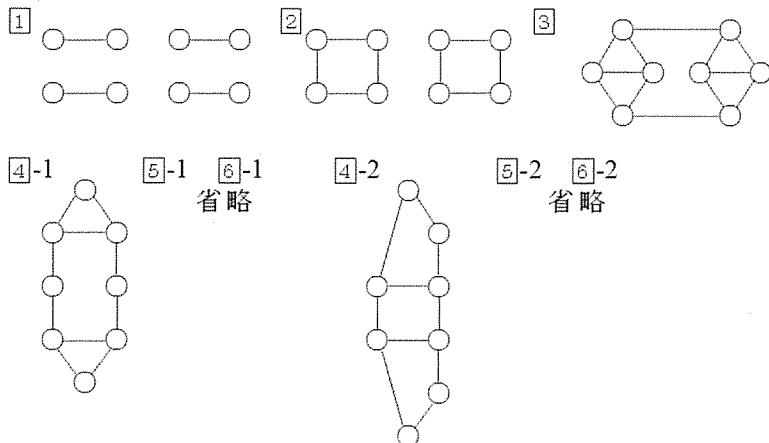
Ⅲ. 小石 16 個，天秤 2 台の場合，天秤の使用回数は 25 回

小石を 4 個ずつ 4 つのグループに分け，Ⅰを適用します．天秤は 2 台ですからⅠを 2 回繰り返します．（天秤の使用回数は 10 回）



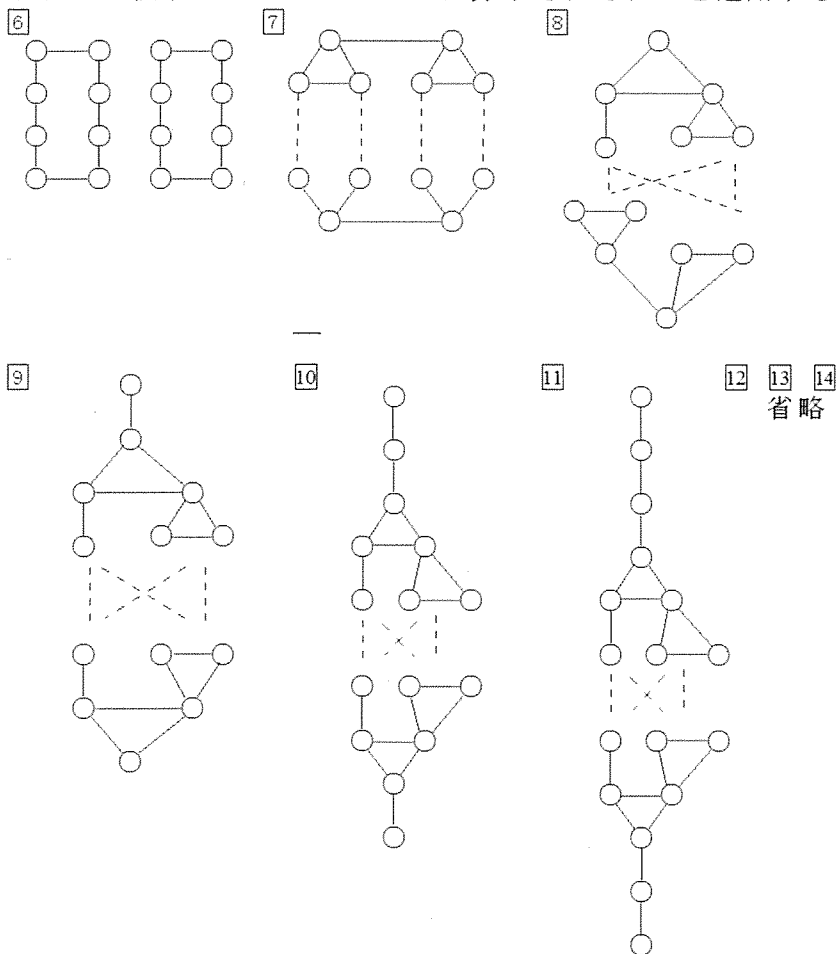
この場合は、**18** の形にして考えるのが最も効率が良いと思います。「思います」と書いたのはこれが最善だと証明できているわけではありません。24回以下でできる方法があるかもしれません。

IV. 小石 8 個，天秤 4 台の場合，天秤の使用回数は 6 回



この場合の正解者は多数いましたが，正しくない推論で偶然答えが 6 になった答案が多数ありました。

V. 小石 16 個，天秤 4 台の場合，天秤の使用回数は 14 回
小石を 4 個ずつ 4 つのグループに分けそれぞれ I を適用すると



この場合の正解者はいませんでした。III のやり方で天秤の数を 4 台にすると 16 回になりますが，それでは最小回にはなりません。上記の方法も最善かどうかははっきりしません。